

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de
proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

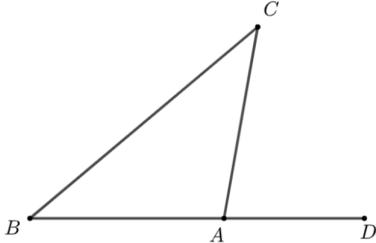
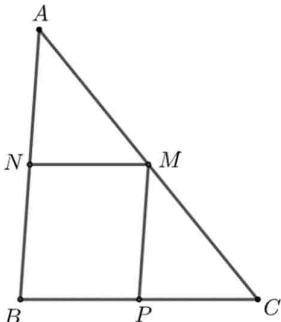
5p	1. Rezultatul calculului $8 + 14 : 2$ este egal cu: a) 22 b) 15 c) 11 d) 6
5p	2. Un album costă 200 de lei. După o reducere cu 20% , prețul albumului este egal cu: a) 20 de lei b) 40 de lei c) 160 de lei d) 180 de lei
5p	3. Se consideră intervalele de numere reale $I = (-\infty, 6]$ și $J = (4, +\infty)$. Intersecția intervalelor I și J este intervalul: a) $(-\infty, 4]$ b) $[4, 6)$ c) $(6, +\infty)$ d) $(4, 6]$
5p	4. Cel mai mare număr din mulțimea $A = \{5, (024); 5, (24); 5, 2(4); 5, 24\}$ este: a) $5, (024)$ b) $5, (24)$ c) $5, 2(4)$ d) $5, 24$

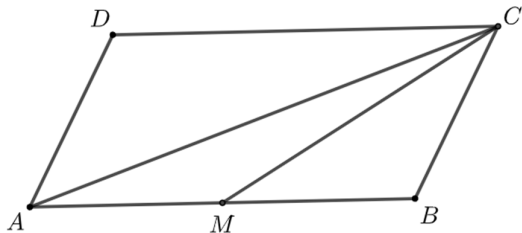
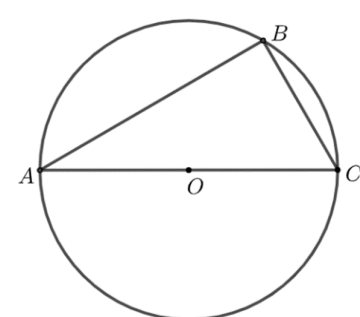
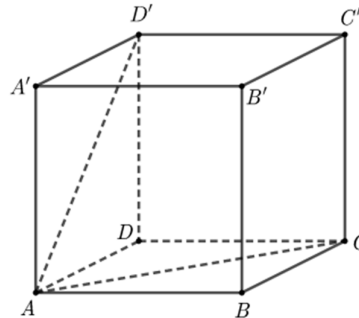
5p	5. Patru elevi, Alin, Ioana, Dana și Vlad, calculează suma numerelor reale a și b pentru care $a+3 + b-4 =0$. Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Alin</td><td>Ioana</td><td>Dana</td><td>Vlad</td></tr><tr><td>-7</td><td>-1</td><td>1</td><td>7</td></tr></table> Rezultatul corect a fost obținut de către: a) Alin b) Ioana c) Dana d) Vlad	Alin	Ioana	Dana	Vlad	-7	-1	1	7
Alin	Ioana	Dana	Vlad						
-7	-1	1	7						
5p	6. Afirmația: „Numărul 1 este soluția ecuației $2x+3=4x+1$.” este: a) adevărată b) falsă								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

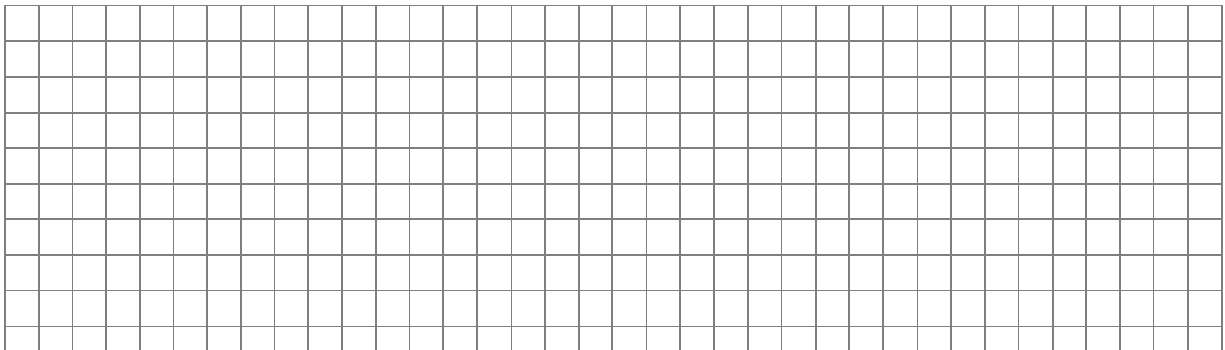
5p	1. În figura alăturată punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $BC=4\text{ cm}$, $AD=4\cdot BC$ și $AB=CD$. Lungimea segmentului AB este egală cu: a) 4 cm b) 6 cm c) 8 cm d) 12 cm 
5p	2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu $AB=AC$ și măsura unghiului C egală cu 40°. Punctele B, A și D sunt coliniare, în această ordine. Măsura unghiului CAD este egală cu: a) 40° b) 60° c) 80° d) 100° 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu măsura unghiului A egală cu 43° și măsura unghiului C egală cu 51°. Punctele M, N și P aparțin laturilor AC, AB respectiv BC, astfel încât dreapta MN este paralelă cu dreapta BC și dreapta MP este paralelă cu dreapta AB. Măsura unghiului NMP este egală cu: a) 43° b) 51° c) 86° d) 94° 

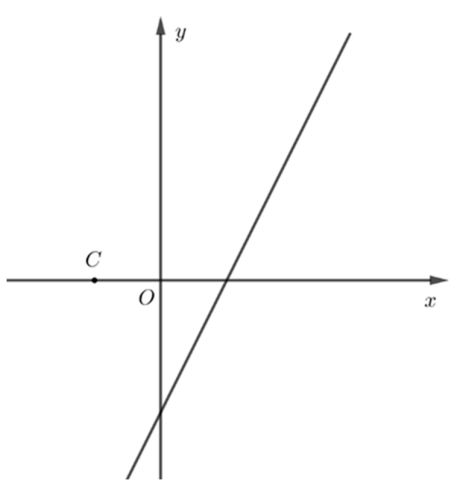
5p	4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$. Punctul M este mijlocul segmentului AB și aria triunghiului ACM este egală cu 10 cm^2. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu: a) 10 cm^2 b) 20 cm^2 c) 30 cm^2 d) 40 cm^2 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O și raza egală cu 6 cm. Punctele A, B și C aparțin cercului, AC este diametru și măsura unghiului BAC este egală cu 30°. Lungimea coardei BC este egală cu: a) 6 cm b) $6\sqrt{3} \text{ cm}$ c) 12 cm d) $8\sqrt{3} \text{ cm}$ 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor AC și AD' are măsura egală cu: a) 45° b) 60° c) 90° d) 120° 

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

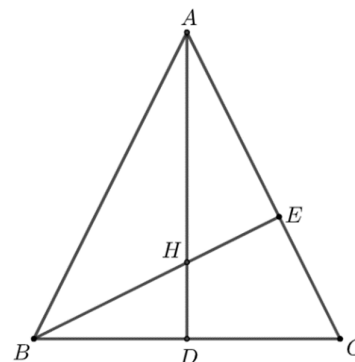
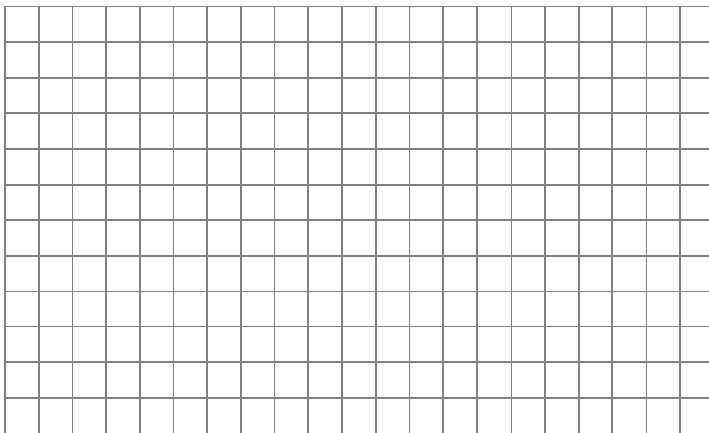
5p	1. Dacă elevii unei clase se așază câte 2 în fiecare bancă din laboratorul de fizică, atunci rămân 3 elevi în picioare. Dacă elevii se așază câte 4 în bancă, atunci rămân 5 bănci libere și o bancă în care stă un singur elev. (2p) a) Verifică dacă în acea clasă pot fi 30 de elevi. Justifică răspunsul dat. 
----	--

5p	3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. (2p) a) Arată că $f(0) + f(1) = 0$.  (3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Determină distanța de la punctul $C\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ la dreapta AB.

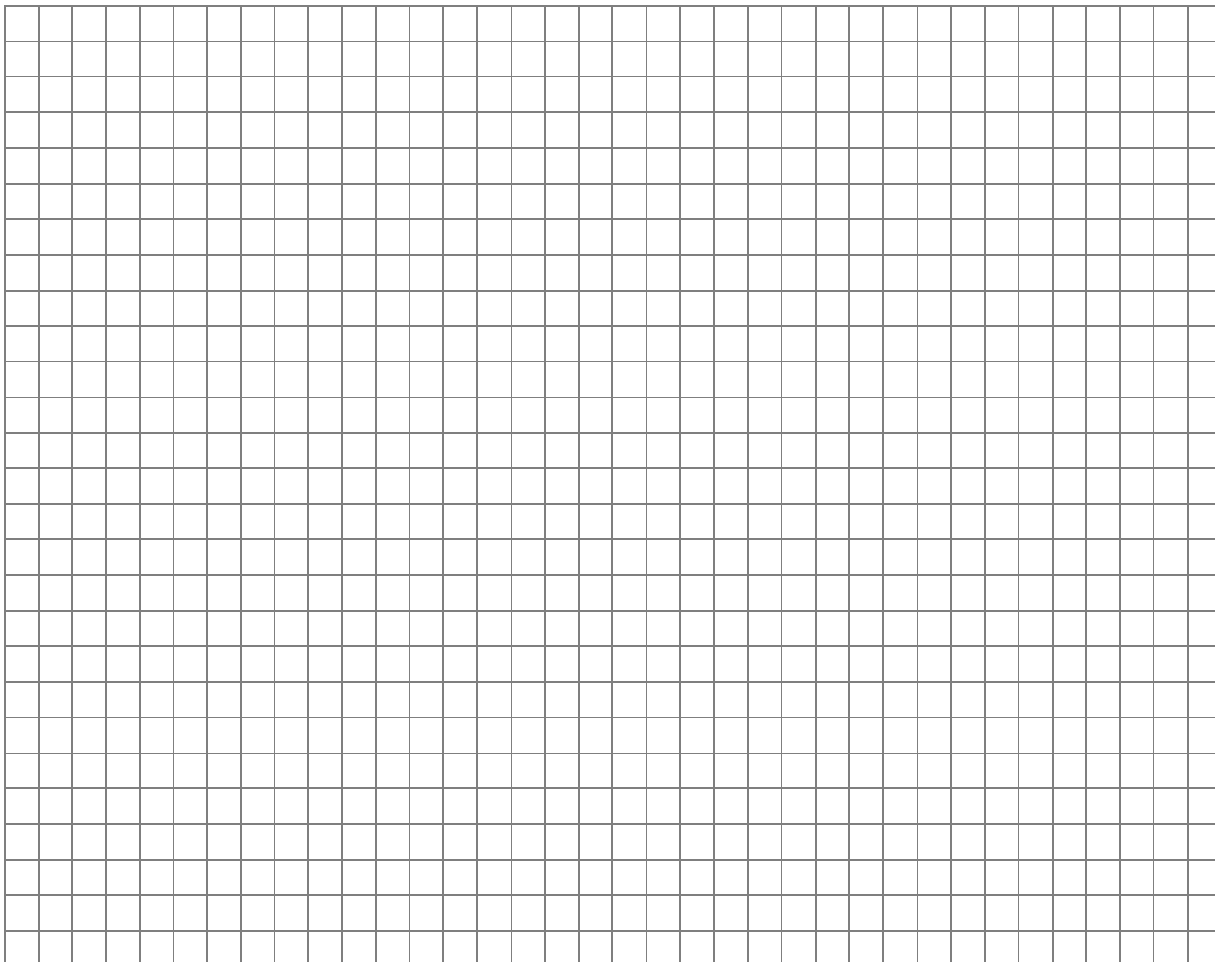
5p

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. Înălțimea din vârful A intersectează latura BC în punctul D și $AD = BC$. Înălțimea din vârful B intersectează latura AC în punctul E . Înălțimile AD și BE se intersectează în punctul H .

(2p) a) Arată că unghiurile DAC și EBC au aceeași măsură.



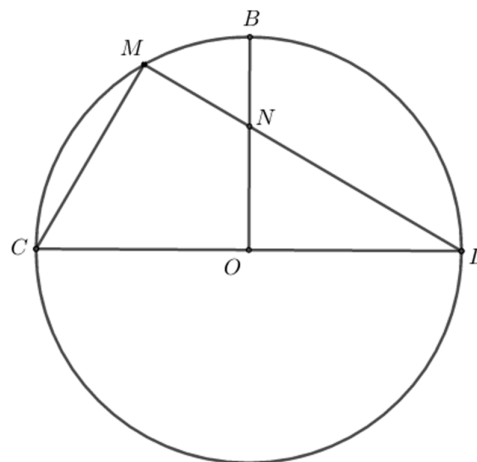
(3p) b) Demonstrează că $AH = 3 \cdot HD$.



5p

5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O , în care CD este diametru. Punctul B aparține cercului astfel încât dreptele BO și CD sunt perpendiculare. Punctul M aparține arcului mic BC , dreptele DM și BO se intersectează în punctul N , $DN = 2 \cdot MN$ și $MN = 4$ cm.

(2p) a) Arată că măsura unghiului CMD este egală cu 90° .

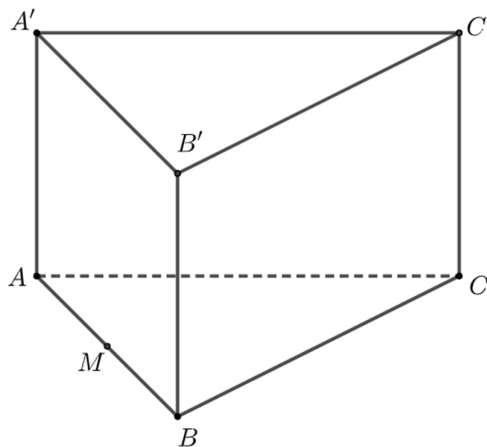
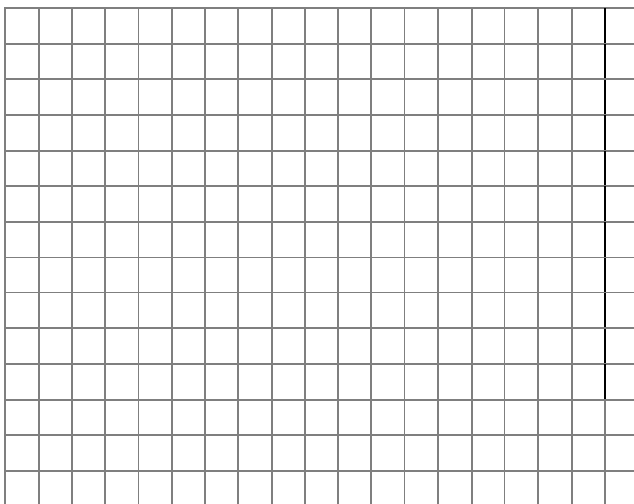


(3p) b) Calculează aria triunghiului DON .

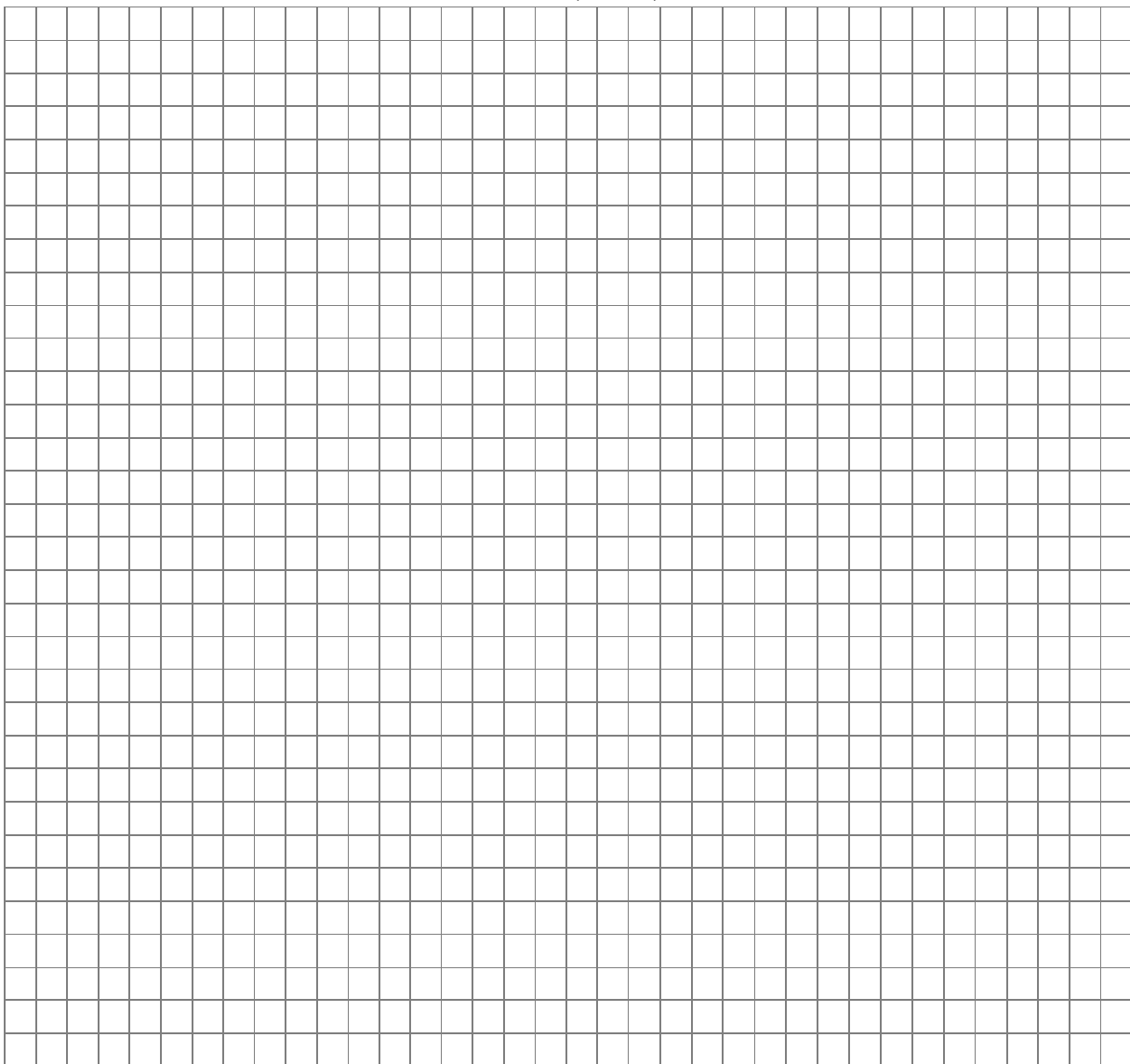
5p

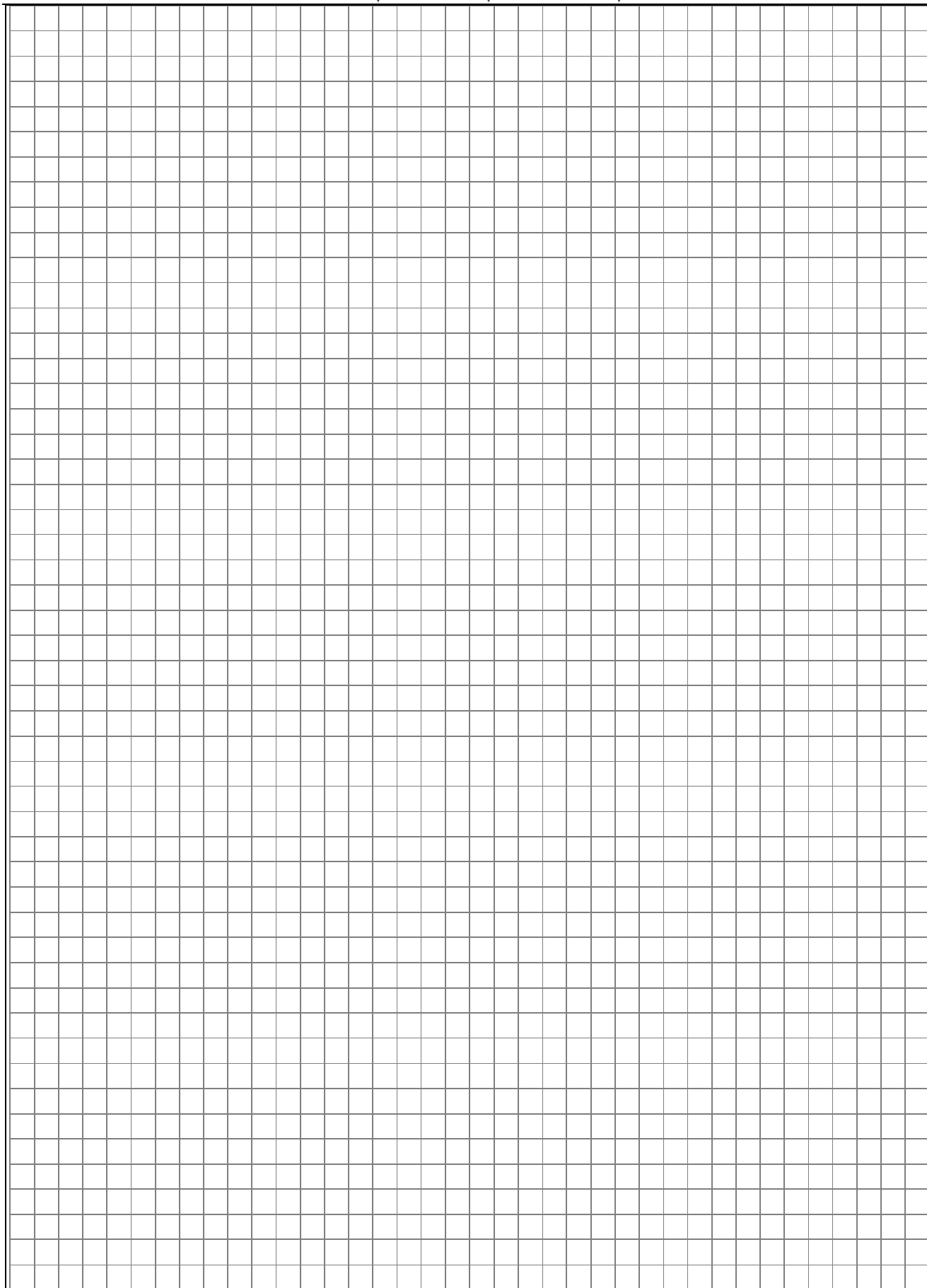
6. În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC , $AB = 12$ cm și $AA' = 3\sqrt{3}$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB .

(2p) a) Arată că aria laterală a prismei $ABCA'B'C'$ este egală cu $108\sqrt{3}$ cm².



(3p) b) Determină distanța de la punctul M la planul $(A'B'C)$.





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Varianta 7

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $30 - 3 = 27$ de elevi ar trebui așezați câte doi în fiecare bancă	1p
	Cum 27 este număr impar, obținem că nu pot fi 30 de elevi	1p
	b) $a = 2b + 3$, unde a reprezintă numărul elevilor și b reprezintă numărul băncilor din laborator de fizică	1p
	$a = 4(b - 6) + 1$	1p
	$b = 13$	1p
2.	a) $x^2 - 3x + 2 = x^2 - 2x - x + 2 =$	1p
	$= x(x - 2) - (x - 2) = (x - 2)(x - 1)$, pentru orice număr real x	1p
	b) $E(x) = \left(\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{x-1} \right) \cdot (x^2 - 4) = \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} \cdot (x^2 - 4) =$	1p
	$= \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} \cdot (x-2)(x+2) = x+2$, pentru orice număr real x , $x \neq 1$ și $x \neq 2$	1p
	$N = \frac{5}{n+2}$ este număr natural, deci $n+2 \in \{1, 5\}$, de unde obținem $n = -1$ și $n = 3$	1p

3.	a) $f(0) = -1$ $f(1) = 1$, de unde obținem $f(0) + f(1) = 0$	1p
	b) $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ și $B(0, -1)$	1p
	Triunghiul AOB este dreptunghic în O , deci $AB = \frac{\sqrt{5}}{2}$	1p
	$CD \perp AB$, $D \in AB$ și, cum $AC = 1$, obținem $CD = \frac{AC \cdot OB}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$	1p
4.	a) $\angle DAC + \angle ACB = 90^\circ$ $\angle ACB + \angle EBC = 90^\circ$, de unde rezultă $\angle DAC = \angle EBC$	1p
	b) Triunghiul ABC este isoscel și $AD \perp BC$, deci $BD = DC = \frac{BC}{2} = \frac{AD}{2}$	1p
	$\angle HBD = \angle DAC$, $\angle BDH = \angle ADC = 90^\circ$, deci $\triangle BHD \sim \triangle ACD$, de unde obținem $\frac{HD}{DC} = \frac{BD}{AD}$	1p
	$\frac{HD}{\frac{AD}{2}} = \frac{2}{AD} \Rightarrow HD = \frac{AD}{4}$, de unde obținem $AH = \frac{3 \cdot AD}{4}$, deci $AH = 3 \cdot HD$	1p
5.	a) CD este diametru, deci $\widehat{CD} = 180^\circ$ $\angle CMD = \frac{1}{2} \cdot \widehat{CD} = 90^\circ$	1p
	b) $\cos(\angle NDO) = \frac{OD}{ND}$, $\cos(\angle MDC) = \frac{MD}{CD}$, deci $\frac{OD}{ND} = \frac{MD}{CD}$	1p
	$ND = 8 \text{ cm}$, $MD = 12 \text{ cm} \Rightarrow \frac{OD}{8} = \frac{12}{2 \cdot OD} \Rightarrow OD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$	1p
	$ON = \sqrt{DN^2 - OD^2} = 4 \text{ cm}$ și obținem $\mathcal{A}_{\triangle DON} = \frac{ON \cdot OD}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$	1p
6.	a) $\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ $\mathcal{A}_{laterală} = 3 \cdot \mathcal{A}_{ABB'A'} = 3 \cdot 36\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2$	1p
	b) $A'C = B'C$, deci $CN \perp A'B'$, unde punctul N este mijlocul segmentului $A'B'$ și, cum $MN \perp A'B'$, $CN \cap MN = \{N\}$ și $CN, MN \subset (CMN)$, obținem $A'B' \perp (CMN)$	1p
	$MP \perp CN$, $P \in CN$; $A'B' \perp (CMN)$, $MP \subset (CMN)$, deci $A'B' \perp MP$; cum $A'B' \cap CN = \{N\}$, $A'B'$ și $CN \subset (A'B'C)$, obținem $MP \perp (A'B'C)$, deci $d(M, (A'B'C)) = MP$	1p
	Triunghiul MNC este dreptunghic în M , $MN = 3\sqrt{3} \text{ cm}$, $CM = 6\sqrt{3} \text{ cm}$, deci $CN = 3\sqrt{15} \text{ cm}$, de unde obținem $MP = \frac{6\sqrt{15}}{5} \text{ cm}$	1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

**Școala de
proveniență:**

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $14 - 14 : (4 - 2)$ este: a) 0 b) 7 c) 14 d) 21
5p	2. Dacă $\frac{6}{a} = \frac{b}{2}$, $a \neq 0$, atunci raportul $\frac{a \cdot b}{a \cdot b + 1}$ este egal cu: a) $\frac{12}{13}$ b) 1 c) $\frac{12}{11}$ d) 12
5p	3. Mulțimea divizorilor naturali ai numărului 15 este: a) {3,5} b) {0,3,5,15} c) {1,3,5,15} d) {3,5,15}
5p	4. Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $2x^2 = 8$ este: a) {-2} b) {-2,2} c) {2} d) {4}

5p

5. Patru elevi, George, Anca, Marius și Alina, ordonează crescător numerele $a = \frac{2}{3}$, $b = 0,5$, $c = 0,1(3)$ și $d = \frac{1}{4}$. Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

George	Anca	Marius	Alina
$d < c < b < a$	$c < d < a < b$	$c < d < b < a$	$d < b < a < c$

Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect este:

a) George

b) Anca

c) Marius

d) Alina

5p

6. În prezent, Ioana și Maria au împreună 28 de ani. Afirmăția „Peste 3 ani, Ioana și Maria vor avea împreună 31 de ani.” este:

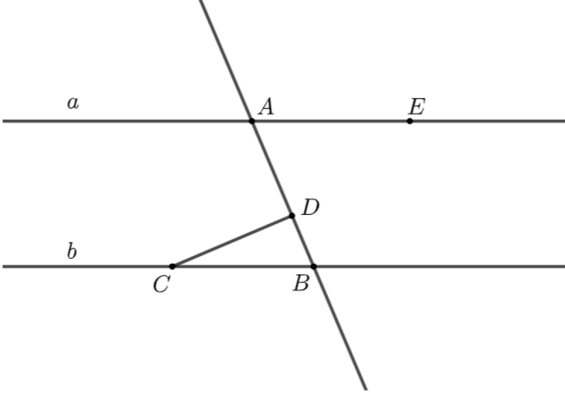
a) adevărată

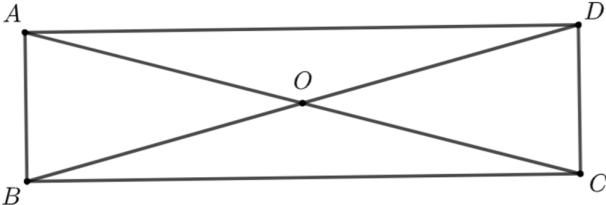
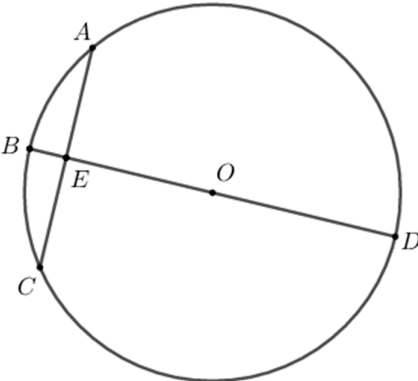
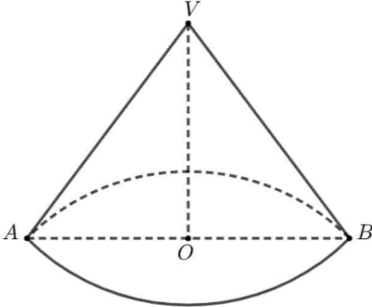
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB < BC < CD$ și $BC = 7\text{ cm}$. Lungimile segmentelor AB, BC și CD, exprimate în centimetri, sunt trei numere naturale consecutive, iar punctul M este mijlocul segmentului AB. Lungimea segmentului MD este egală cu: a) 10 cm b) 13 cm c) 18 cm d) 21 cm 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele a și b. Punctele A și E aparțin dreptei a, iar punctele B și C aparțin dreptei b. Dreapta CD este perpendiculară pe dreapta AB, punctul D aparține segmentului AB, iar măsura unghiului DAE este egală cu 67°. Măsura unghiului DCB este egală cu: a) 23° b) 33° c) 67° d) 113° 

5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu măsura unghiului C egală cu 75°. Punctul E aparține semidreptei AC astfel încât semidreapta BC este bisectoarea unghiului ABE. Măsura unghiului BEC este egală cu: a) 15° b) 30° c) 60° d) 105° 
5p	4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AC = 20$ cm și O punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Măsura unghiului AOB este egală cu 30°. Aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu: a) 20 cm^2 b) 25 cm^2 c) 100 cm^2 d) 200 cm^2 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O. Diametrul DB are lungimea egală cu 50 cm. Coarda AC are lungimea egală cu 30 cm și este perpendiculară pe diametrul BD. Dacă E este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD, atunci lungimea segmentului OE este egală cu: a) 20 cm b) 15 cm c) 12 cm d) 10 cm 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu înălțimea $VO = 8$ cm și secțiunea axială triunghiul VAB, cu $VA = 10$ cm. Volumul conului este egal cu: a) $60\pi \text{ cm}^3$ b) $96\pi \text{ cm}^3$ c) $120\pi \text{ cm}^3$ d) $360\pi \text{ cm}^3$ 

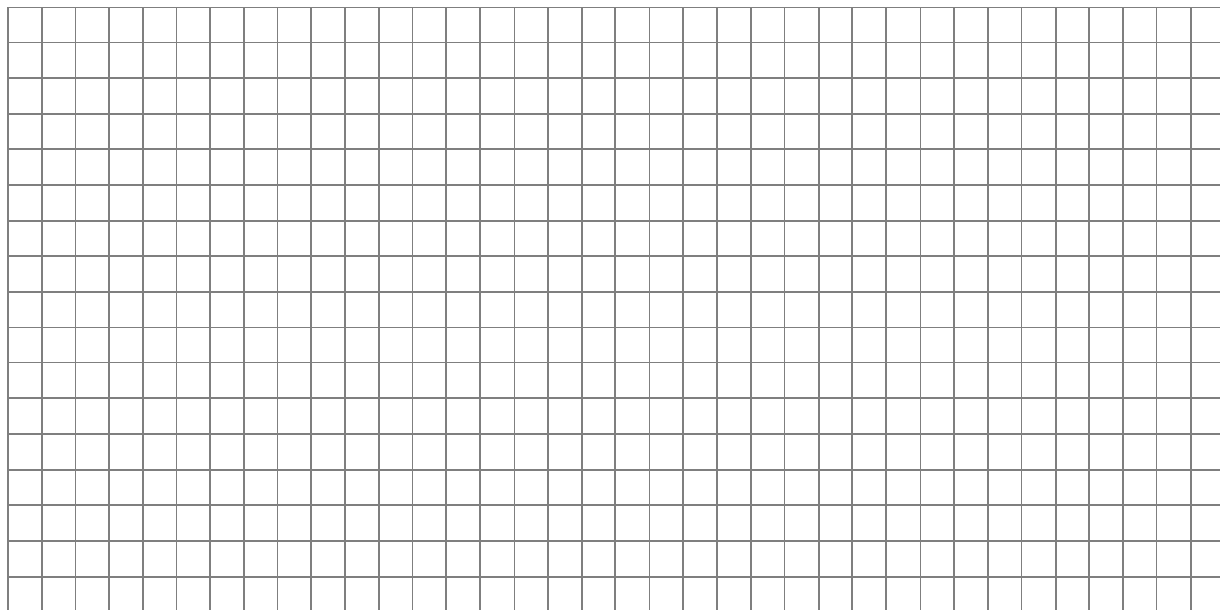
SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Pentru un concert s-au vândut în total 225 de bilete pentru adulți și copii. Prețul unui bilet pentru adulți a fost de 25 de lei, iar prețul unui bilet pentru copii a fost de 20 de lei. Suma obținută din vânzarea biletelor a fost de 5150 de lei. (2p) a) Verifică dacă au fost vândute 205 bilete pentru adulți. Justifică răspunsul dat.
	(3p) b) Determină numărul biletelor pentru copii care au fost vândute.
5p	2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} \right) : \frac{x^2+4}{x^2+4x+4}$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$. (2p) a) Arată că $\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{x^2+4}{(x-2)(x+2)}$, pentru orice număr real x, $x \neq -2$ și $x \neq 2$.

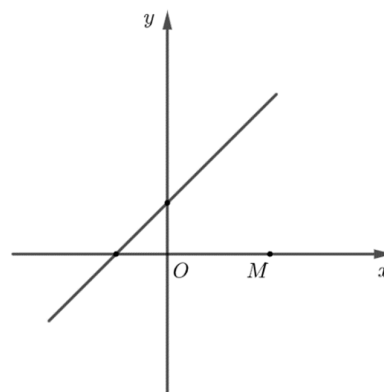
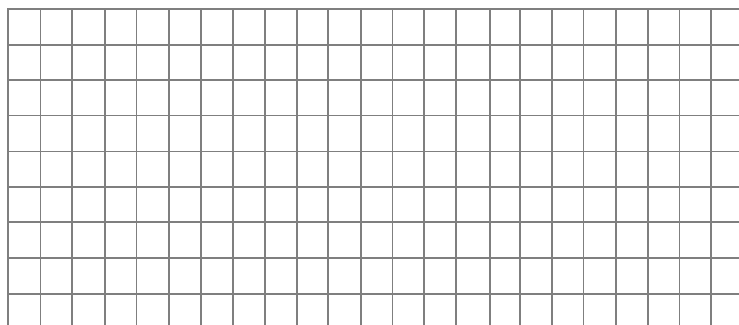
(3p) b) Determină numerele naturale n , $n \neq 2$, pentru care $N = E(n) - 1$ este număr natural.



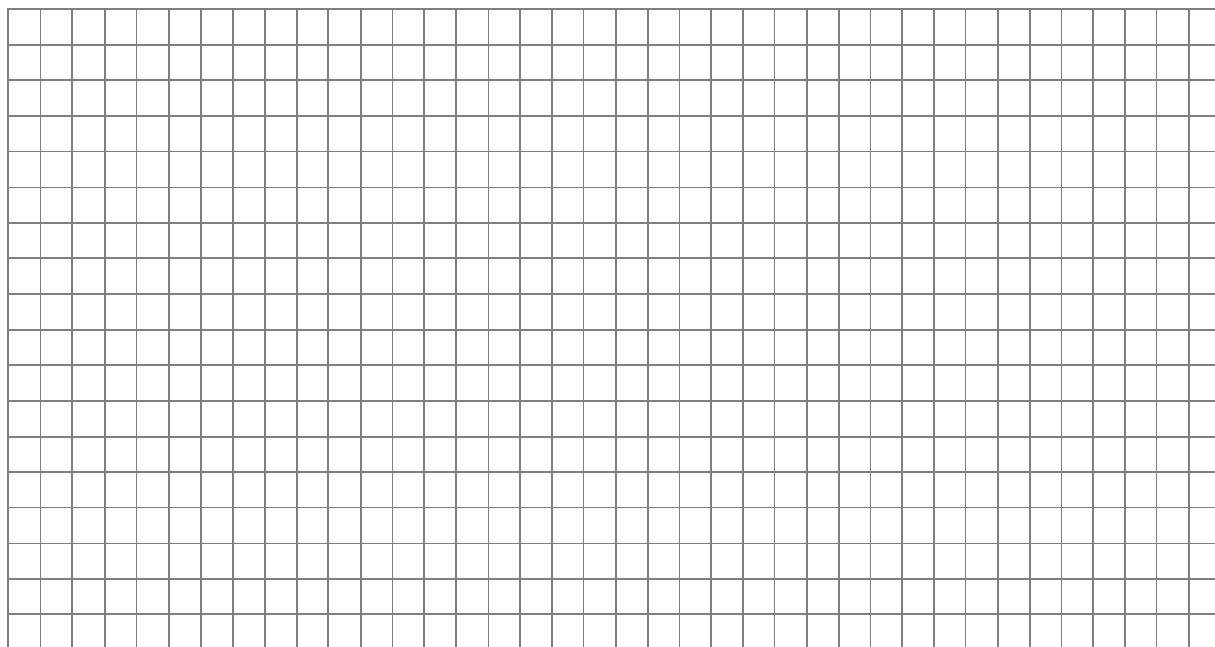
5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

(2p) a) Arată că $2 \cdot f(1) = f(4)$.



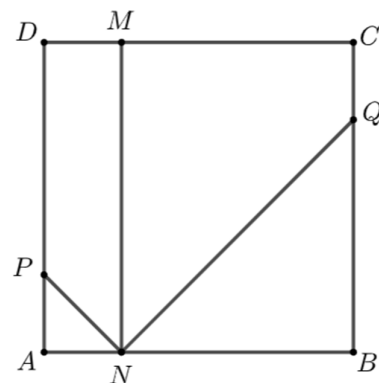
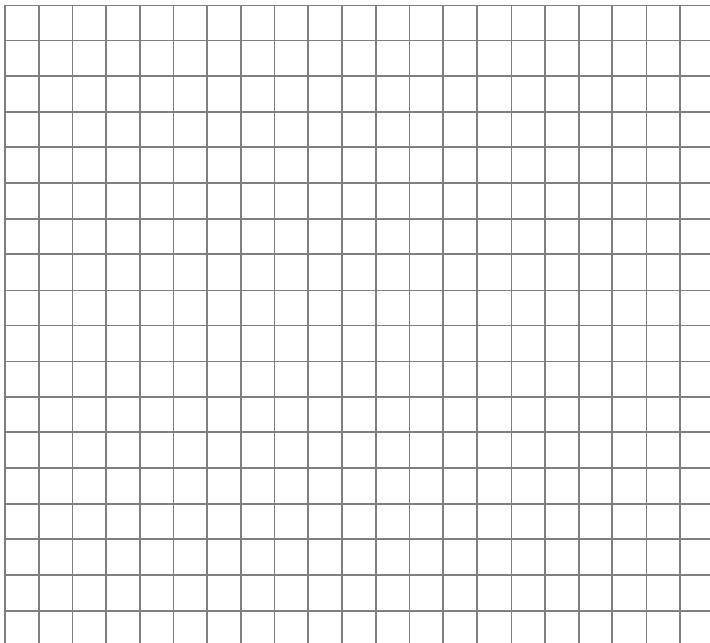
(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A , respectiv B . Determină distanța de la punctul $M(4, 0)$ la dreapta AB .



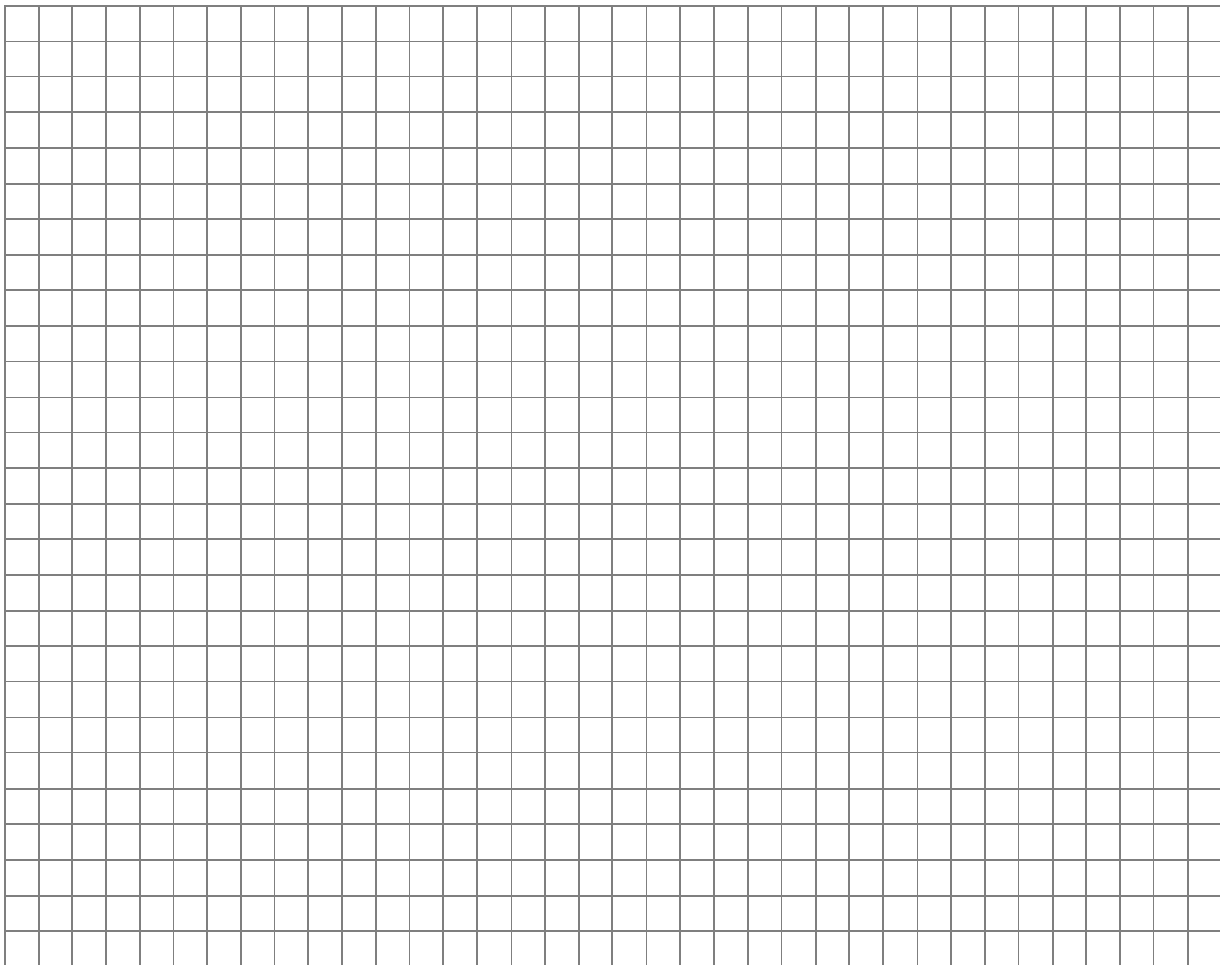
5p

4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$. Punctul M aparține laturii CD , iar paralela prin M la dreapta AD intersectează latura AB în punctul N . Bisectoarea unghiului ANM intersectează latura AD în punctul P , iar bisectoarea unghiului MNB intersectează latura BC în punctul Q .

(2p) a) Arată că măsura unghiului PNQ este egală cu 90° .



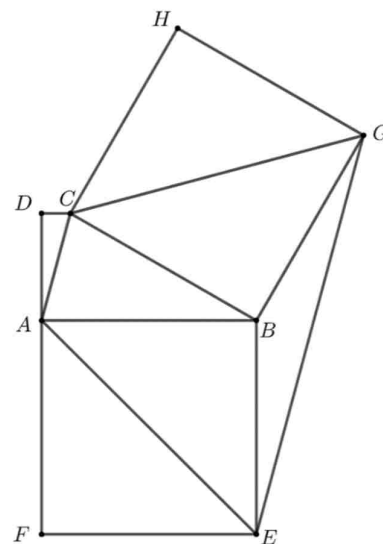
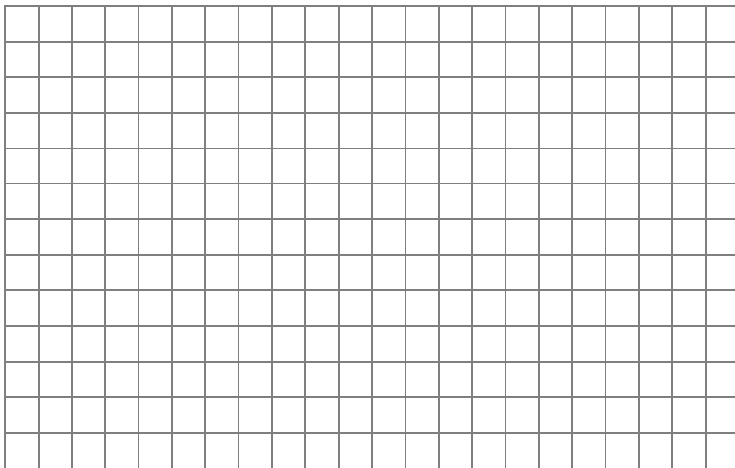
(3p) b) Demonstrează că punctele P , O și Q sunt coliniare, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .



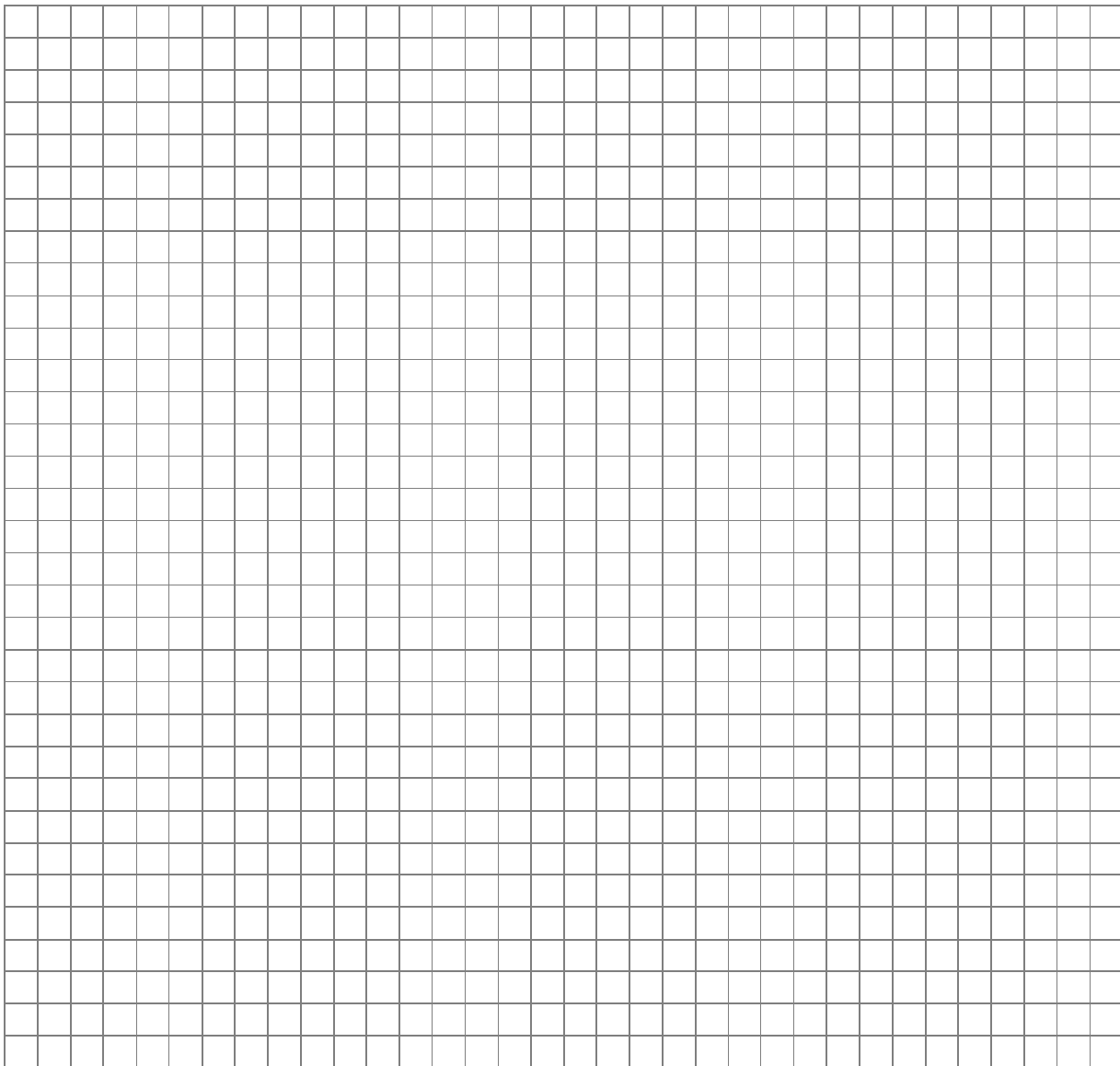
5p

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 2 \cdot AD = 4\text{ cm}$, măsura unghiului BAD egală cu 90° și măsura unghiului ABC egală cu 30° . În exteriorul trapezului se construiesc pătratele $ABEF$ și $BCHG$.

(2p) a) Arată că $BC = 4\text{ cm}$.



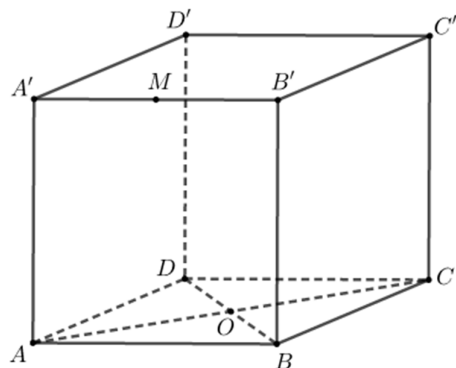
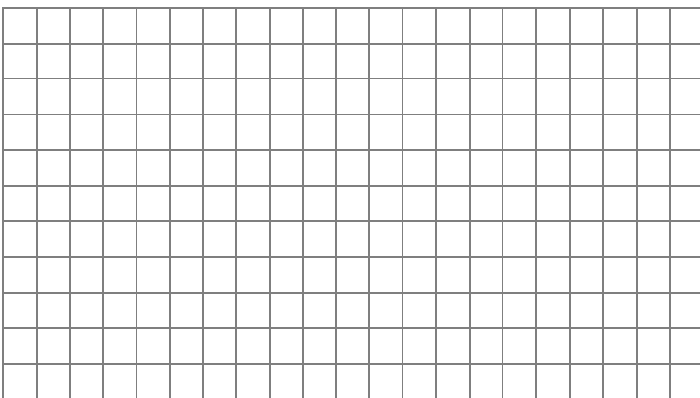
(3p) b) Demonstrează că patrulaterul $AEGC$ este trapez isoscel.



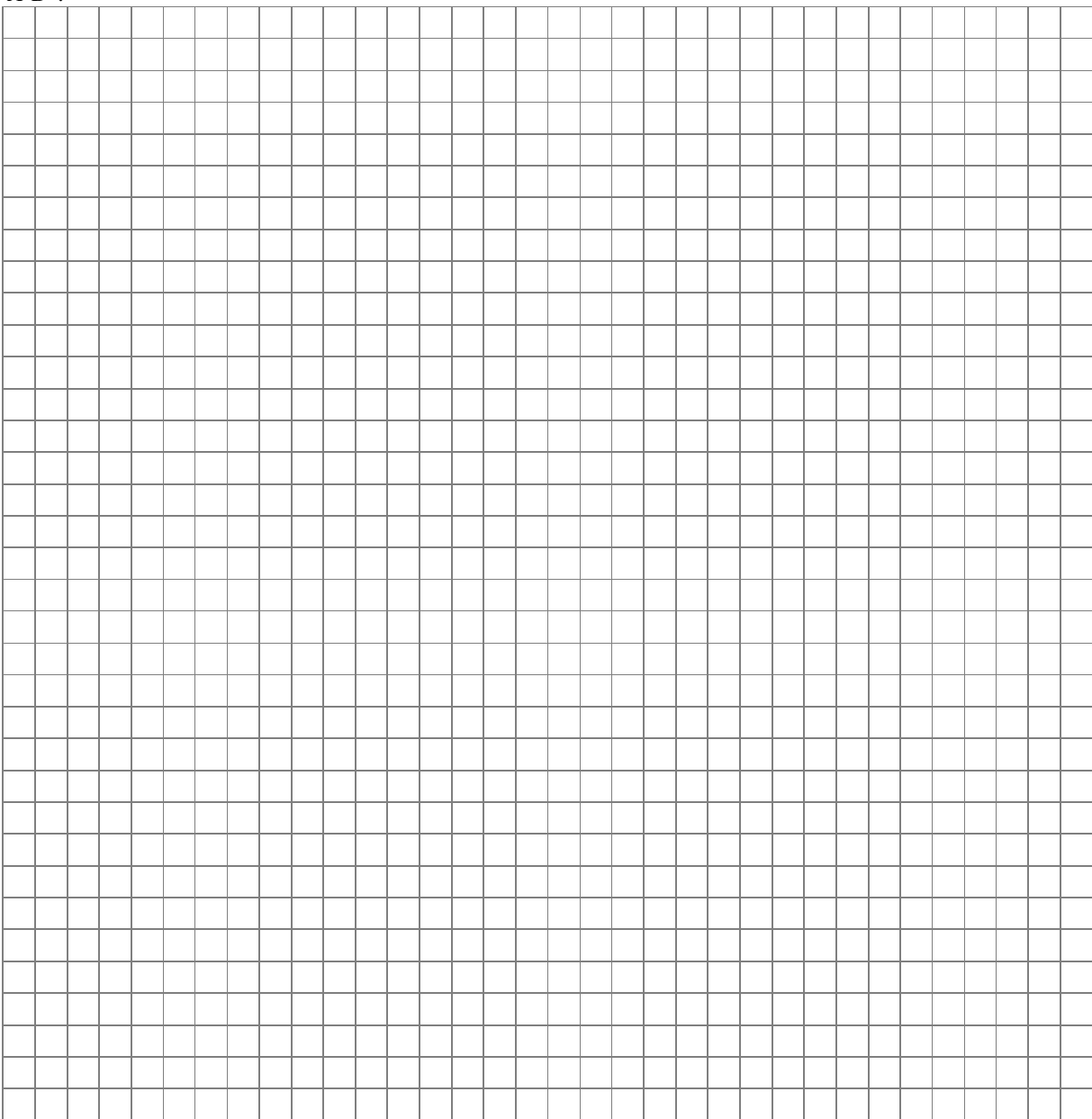
5p

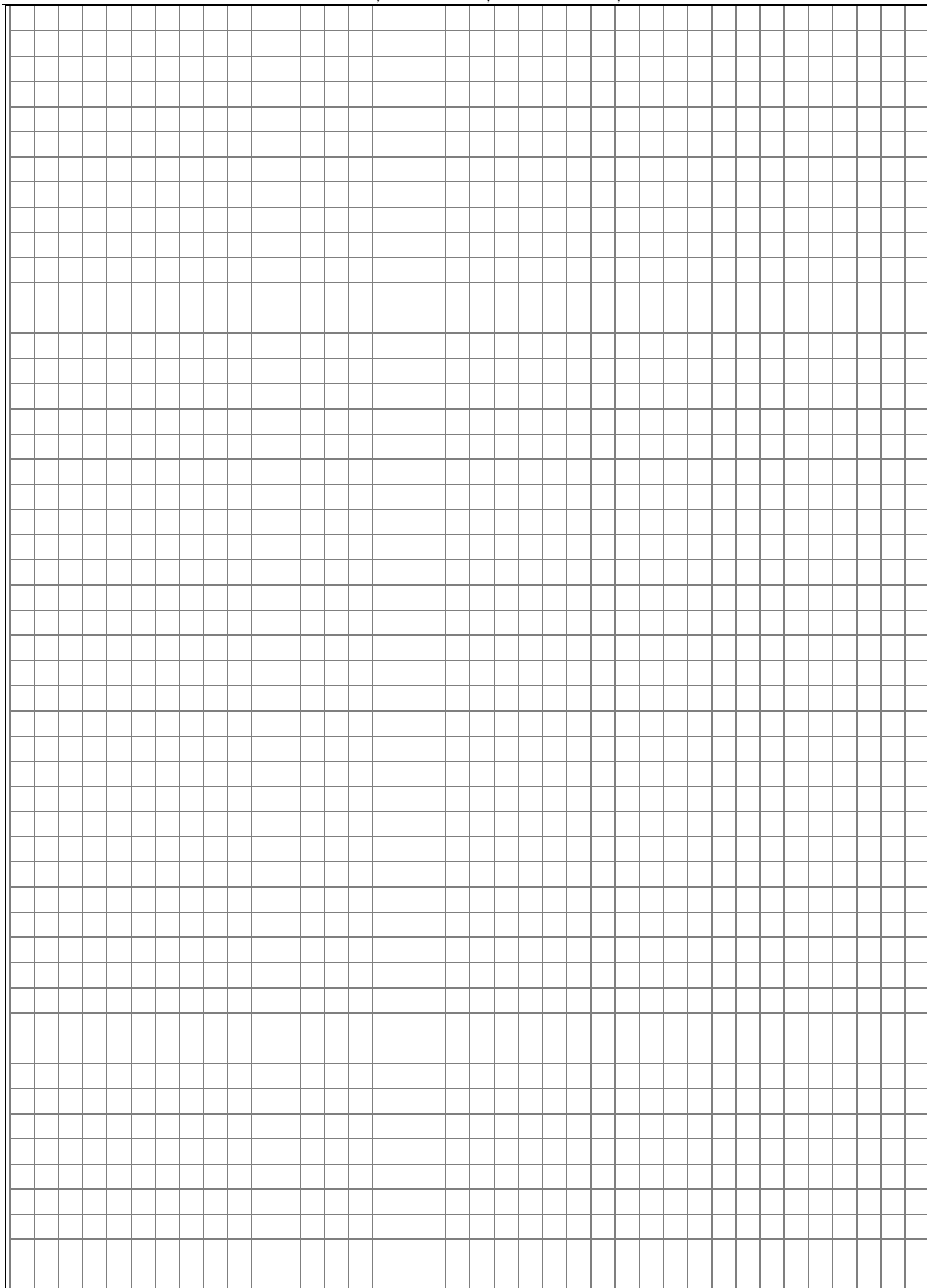
6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 8\text{cm}$ și O punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .

(2p) a) Calculează volumul cubului $ABCD A' B' C' D'$.



(3p) b) Determină distanța de la punctul O la planul (CMD) , unde punctul M este mijlocul segmentului $A' B'$.





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Varianta 2

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $205 \cdot 25 = 5125$ de lei	1p
	$5150 - 5125 = 25$, care nu este multiplu de 20, deci nu au fost vândute 205 bilete pentru adulți	1p
	b) $25 \cdot (225 - n) + 20n = 5150$, unde n reprezintă numărul biletelor pentru copii	1p
	$5625 - 5n = 5150$ $n = 95$	1p 1p
2.	a) $\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{2(x+2) + x(x-2)}{(x-2)(x+2)} =$	1p
	$= \frac{x^2 + 4}{(x-2)(x+2)}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$, $x \neq 2$	1p
	b) $E(x) = \frac{x+2}{x-2}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$, $x \neq 2$	1p
	$N = \frac{4}{n-2}$, pentru orice număr natural $n \neq 2$	1p
3.	N este număr natural, deci $n-2=1$ sau $n-2=2$ sau $n-2=4$, de unde obținem $n=3$, $n=4$, $n=6$	1p
	a) $f(1) = 3$ $f(4) = 6$, de unde obținem $2 \cdot f(1) = f(4)$	1p 1p

	b) $A(-2,0)$ și $B(0,2)$ Triunghiul AOB este dreptunghic în O, deci $AB = 2\sqrt{2}$ $MN \perp AB$, $N \in AB$, $MN = \frac{MA \cdot BO}{AB}$ și, cum $MA = 6\text{ cm}$, obținem $MN = 3\sqrt{2}\text{ cm}$	1p 1p 1p
4.	a) NP este bisectoarea unghiului ANM, deci $\angle PNM = 45^\circ$ NQ este bisectoarea unghiului MNB, deci $\angle MNQ = 45^\circ$, de unde obținem $\angle PNQ = 90^\circ$ b) Triunghiurile PAN și NBQ sunt dreptunghice isoscele, deci $AN = AP$ și $NB = BQ$ și, cum $ABCD$ este pătrat, obținem $DP = BQ$ Cum $DP \parallel BQ$, obținem că $DPBQ$ este paralelogram $AC \cap DB = \{O\}$, deci punctul O este mijlocul lui DB și, cum $DPBQ$ este paralelogram, rezultă că O este mijlocul segmentului PQ, deci punctele P, O și Q sunt coliniare	1p 1p 1p 1p 1p
5.	a) $CM \perp AB$, $M \in AB \Rightarrow CM = AD = 2\text{ cm}$ $\angle MBC = 30^\circ \Rightarrow BC = 2CM = 4\text{ cm}$ b) $BC = AB$, de unde obținem $\angle CAB = 75^\circ$ $\angle CAE = 120^\circ$, $BE = BG$, $\angle EBG = 150^\circ \Rightarrow \angle BEG = 15^\circ$, de unde obținem $\angle AEG = 60^\circ$, deci $\angle CAE + \angle AEG = 180^\circ \Rightarrow AC \parallel EG$ $ABEF$, $CBGH$ pătrate cu $AB = BC \Rightarrow AE = CG$ și, cum $AC \parallel EG$ și $AE \nparallel CG \Rightarrow AEGC$ trapez isoscel	1p 1p 1p 1p 1p
6.	a) $V_{ABCD A'B'C'D'} = AB^3 =$ $= 8^3 = 512\text{ cm}^3$ b) $DC \perp MP$, $DC \perp OP$, $MP \cap OP = \{P\}$ și $MP, OP \subset (MOP) \Rightarrow DC \perp (MOP)$, unde punctul P este mijlocul segmentului DC $ON \perp MP$, $N \in MP$ și, cum $ON \perp DC$, $MP \cap DC = \{P\}$, $MP, DC \subset (CMD)$, obținem $ON \perp (CMD)$, deci $d(O, (CMD)) = ON$ $A_{\Delta MOP} = \frac{ON \cdot MP}{2} = \frac{OP \cdot d(M, OP)}{2}$ și, cum $OP = 4\text{ cm}$, $d(M, OP) = 8\text{ cm}$ și $MP = 8\sqrt{2}\text{ cm}$, obținem $ON = 2\sqrt{2}\text{ cm}$	1p 1p 1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de
proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $52 - 2 \cdot (25 - 5)$ este: a) 12 b) 92 c) 100 d) 1000
5p	2. Dacă $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{3}$, atunci rezultatul calculului $3x - 5y$ este: a) 0 b) 2 c) 5 d) 6
5p	3. Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Intersecția mulțimilor A și B este mulțimea: a) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ b) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ c) $\{2, 4, 6\}$ d) $\{0, 2, 4, 6\}$
5p	4. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x + 2 \geq 4$ este: a) $(-\infty, -1]$ b) $(-\infty, 1]$ c) $[-1, +\infty)$ d) $[1, +\infty)$

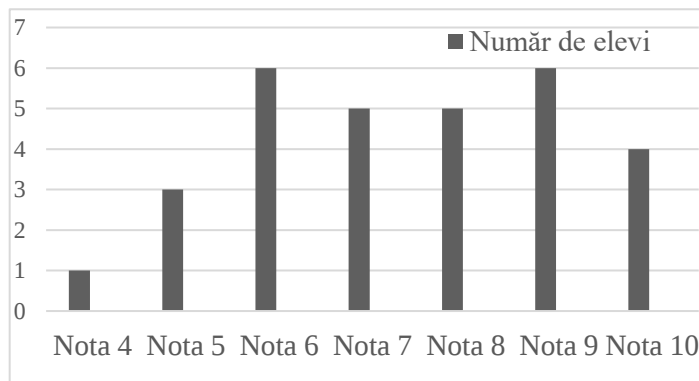
- 5p** 5. Patru elevi, Ana, Ioan, Dana și Vlad determină numărul $a = |2 - 4\sqrt{3}| + 2(\sqrt{12} + 1)$. Rezultatele obținute de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Ana	Ioan	Dana	Vlad
0	4	$4\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$

Conform informațiilor din tabel, elevul care a determinat corect numărul a este:

- a) Ana
- b) Ioan
- c) Dana
- d) Vlad

- 5p** 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei clase, la un test de matematică.



Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, jumătate din numărul elevilor acestei clase a obținut la testul de matematică cel puțin nota 8.” este:

- a) adevărată
- b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

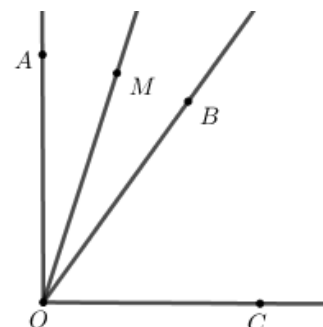
- 5p** 1. În figura alăturată punctele A , B , C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $BC = 2AB$, $CD = 2BC$ și $AB = 2\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul N este mijlocul segmentului CD . Lungimea segmentului MN este egală cu:

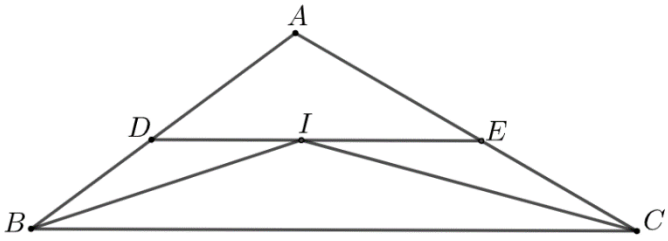
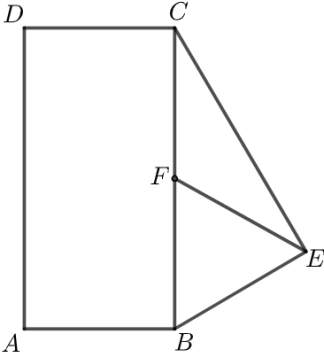
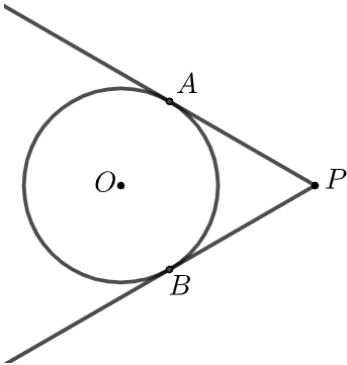
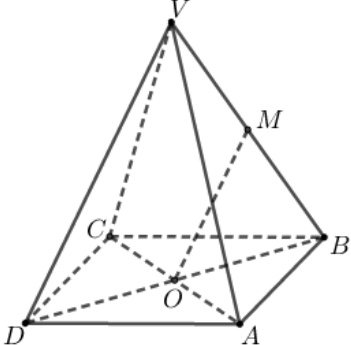
- a) 4 cm
- b) 5 cm
- c) 7 cm
- d) 9 cm



- 5p** 2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente complementare AOB și BOC . Semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOB și $\angle BOC = 3 \cdot \angle AOM$. Măsura unghiului AOB este egală cu:

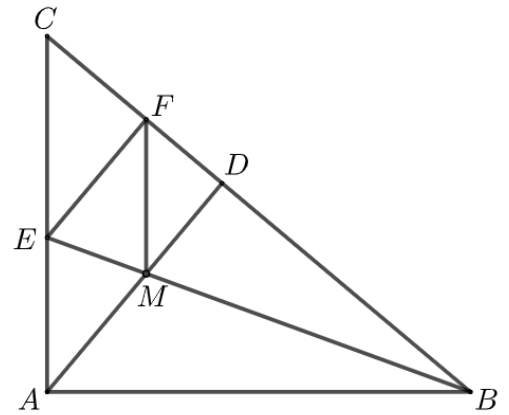
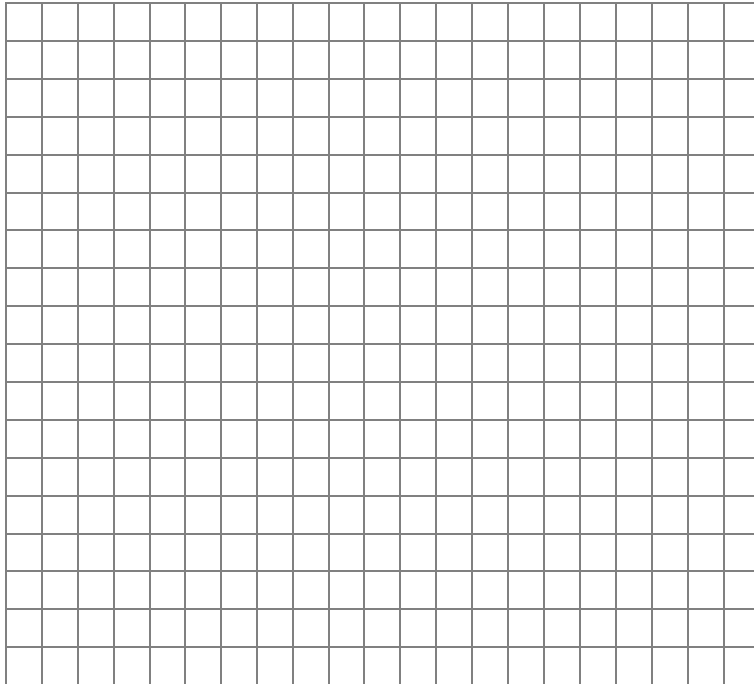
- a) 18°
- b) 36°
- c) 40°
- d) 54°



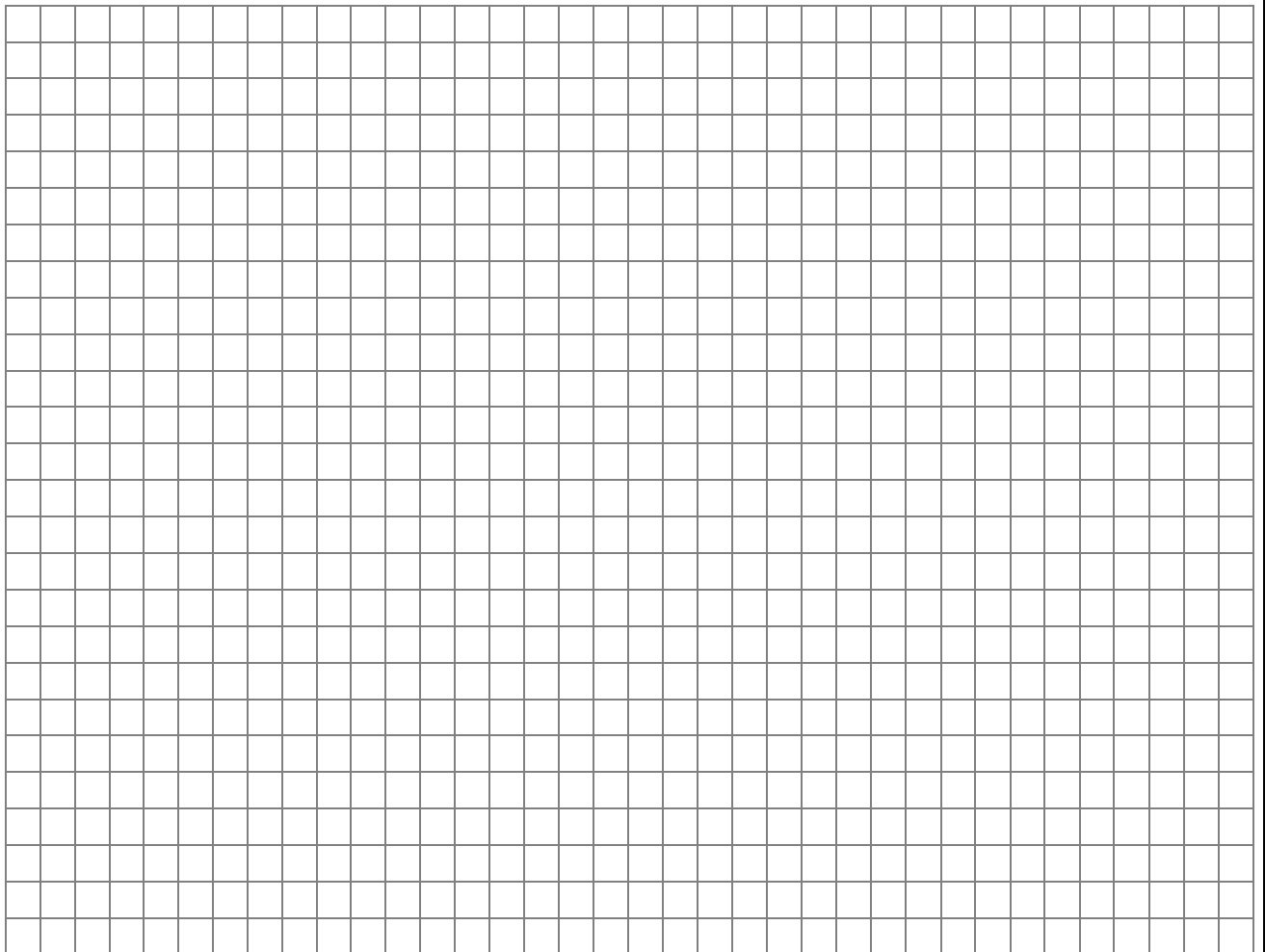
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB=10\text{ cm}$ și $AC=12\text{ cm}$. Semidreapta BI este bisectoarea unghiului ABC și semidreapta CI este bisectoarea unghiului ACB. Paralela prin punctul I la dreapta BC intersectează dreptele AB și AC în punctele D, respectiv E. Perimetrul triunghiului ADE este egal cu: a) 11 cm b) 20 cm c) 22 cm d) 24 cm 
5p	4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AB=3\sqrt{2}\text{ cm}$ și triunghiul BEC dreptunghic în E. Punctul F este mijlocul segmentului BC și $EF=4\text{ cm}$. Aria trapezului $AFCD$ este egală cu: a) $6\sqrt{2}\text{ cm}^2$ b) $12\sqrt{2}\text{ cm}^2$ c) $18\sqrt{2}\text{ cm}^2$ d) $24\sqrt{2}\text{ cm}^2$ 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O și raza egală cu 3 cm. Punctul P este situat la o distanță de 6 cm de centrul cercului. Dreptele PA și PB sunt tangente la cerc în punctele A și B. Măsura arcului mic AB este egală cu: a) 60° b) 90° c) 120° d) 150° 
5p	6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$, $VA=AB$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și DB. Dacă punctul M este mijlocul segmentului VB, atunci măsura unghiului dreptelor OM și CD este egală cu: a) 0° b) 30° c) 45° d) 60° 

5p	3. Se consideră numărul natural $\overline{abc}$ cu a, b, c cifre nenule, unde $a = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) - \frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ și $b = (3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4) : 9^4 - 25^4 : 5^7$. (2p) a) Arată că $a = 3$. (3p) b) Determină numărul $\overline{abc}$, știind că numerele $\overline{ac}$ și $\overline{cb}$ sunt direct proporționale cu numerele 4 și 3.

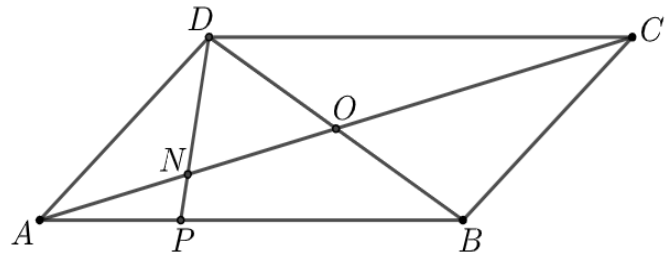
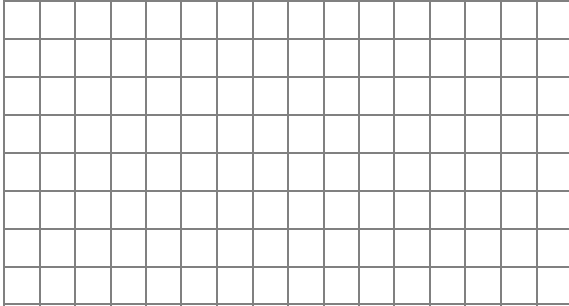
- 5p** 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle B = 40^\circ$. Semidreapta BE este bisectoarea unghiului ABC , punctul E aparține segmentului AC . Perpendiculara din punctul A pe BC intersectează dreapta BC în punctul D , iar perpendiculara din punctul E pe BC intersectează dreapta BC în punctul F . Dreptele BE și AD se intersectează în punctul M .
- (2p) a)** Arată că măsura unghiului EMA este egală cu 70° .



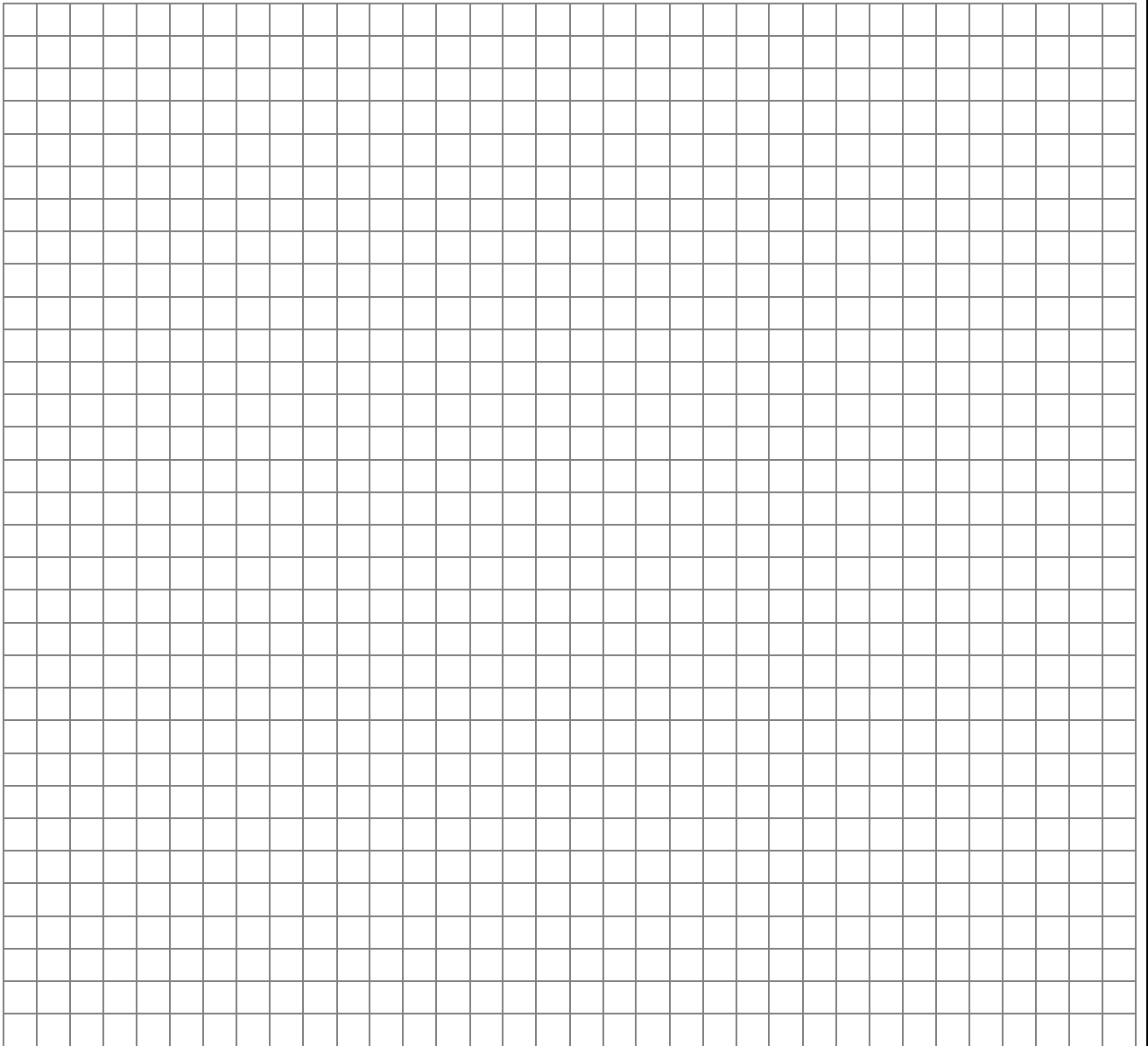
- (3p) b)** Arată că patrulaterul $AMFE$ este romb.



- 5p** 5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 15$ cm . Punctul P aparține laturii AB , astfel încât $PB = 2AP$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .
(2p) a) Arată că lungimea segmentului AP este egală cu 5 cm .

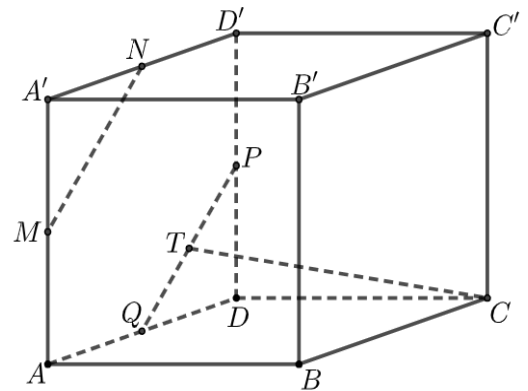
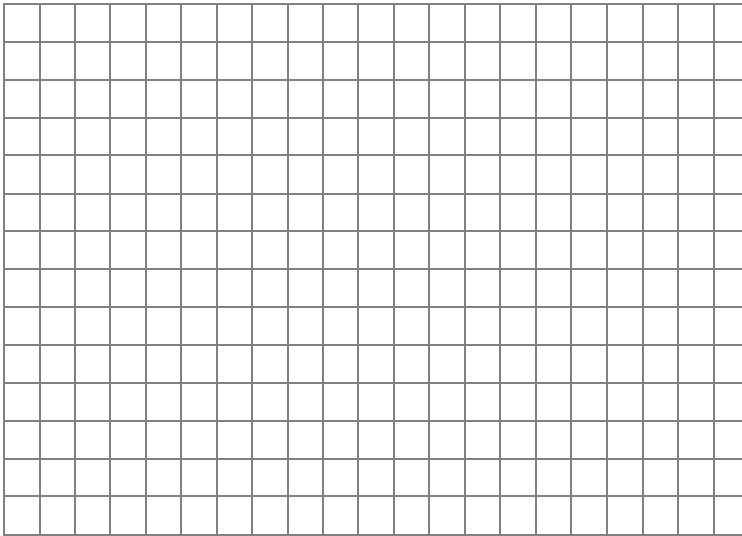


- (3p) b) Determină raportul dintre aria triunghiului ANP și aria triunghiului DNO , unde N este punctul de intersecție a dreptelor AC și DP .

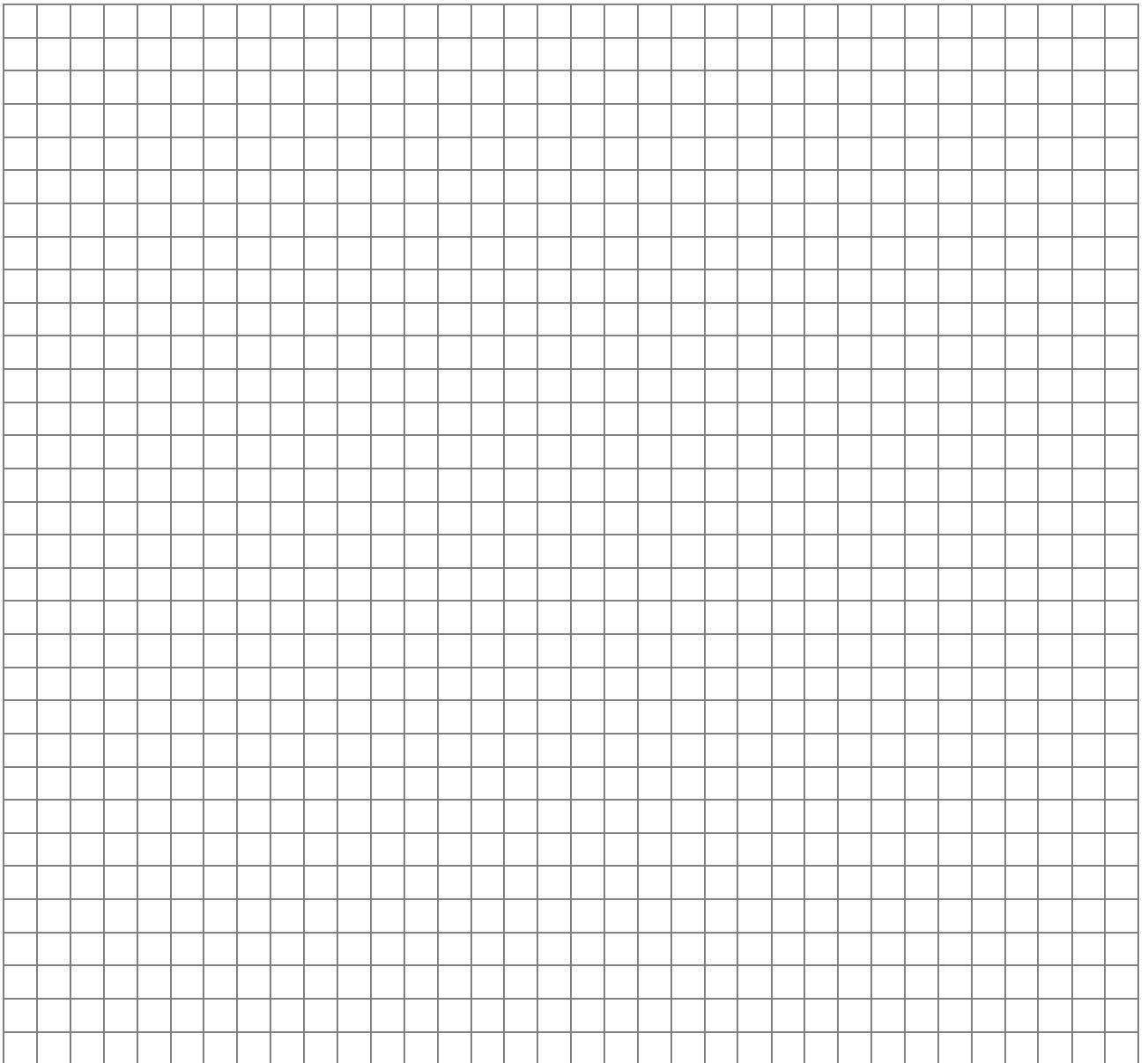


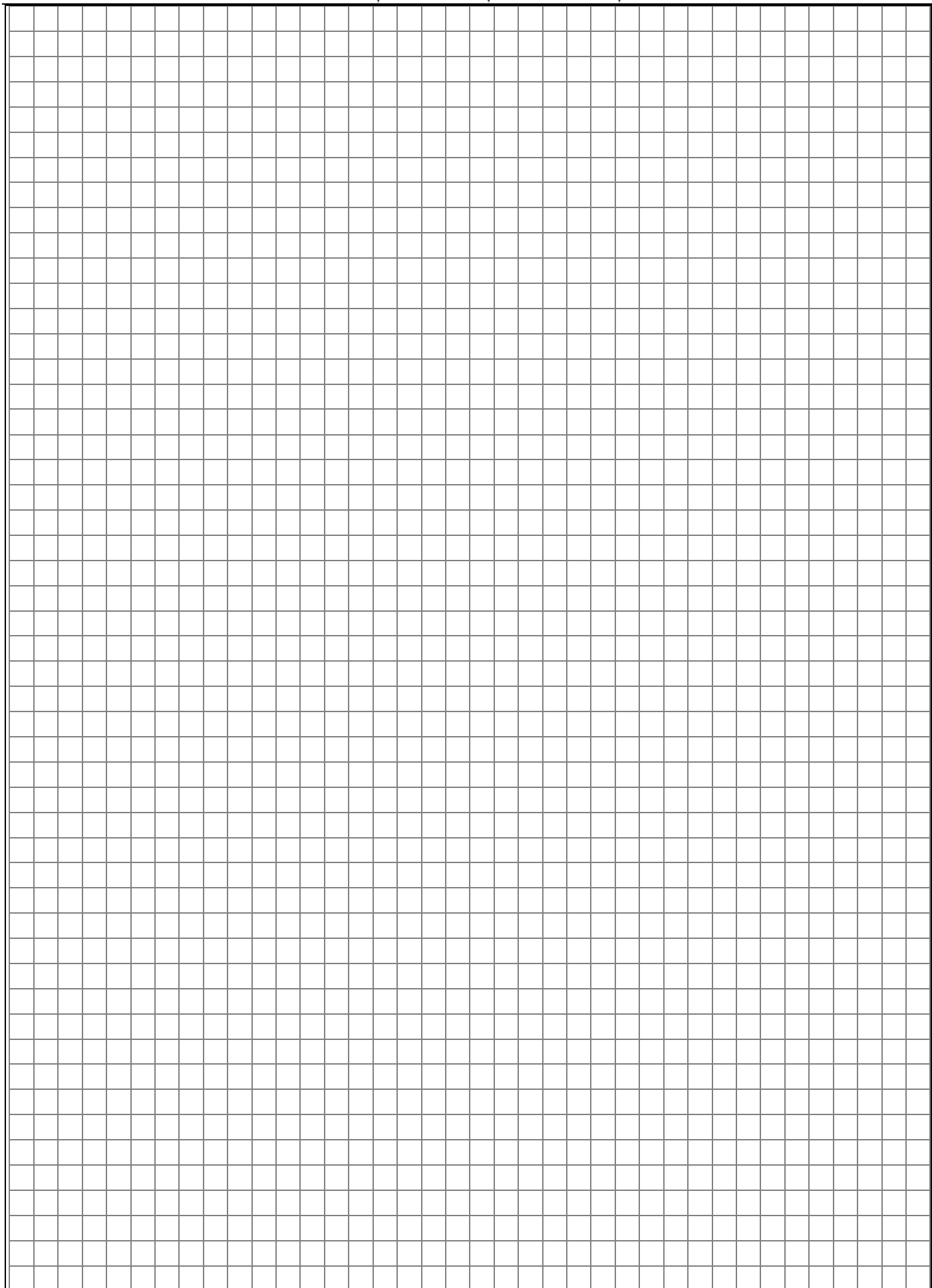
5p 6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A'B'C'D'$. Punctele M , N , P și Q sunt mijloacele segmentelor AA' , $A'D'$, DD' , respectiv AD .

(2p) a) Arată că $MN = PQ$.



(3p) b) Știind că punctul T este mijlocul segmentului PQ , demonstrează că dreapta CT este paralelă cu planul (MNB) .





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Simulare

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Restul împărțirii lui 53 la 18 este 17	1p
	$17 \neq 5$, deci Maria nu poate avea în bibliotecă 53 de cărți	1p
	b) $n = 8c_1 + 5 = 12c_2 + 5 = 18c_3 + 5$, unde n este numărul cărților din bibliotecă, iar c_1 , c_2 și c_3 sunt numere naturale	1p
	$n - 5$ este multiplu comun al numerelor 8, 12 și 18, deci $n = 72k + 5$, unde k este număr natural	1p
2.	Cum n este cel mai mic număr natural de trei cifre cu proprietățile din enunț, obținem $n = 149$	1p
	a) $E(0) = (2 \cdot 0 + 3)^2 + (0 - 2)(0 + 2) - 3(1 - 0) + 2 =$	1p
	$= 9 - 4 - 3 + 2 = 4$	1p
	b) $E(n) + 6 = 4n^2 + 12n + 9 + n^2 - 4 - 3 + 3n + 2 + 6 = 5n^2 + 15n + 10$, pentru orice număr natural n	1p
	$N = 5(n^2 + 3n + 2) = 5(n + 1)(n + 2)$, pentru orice număr natural n	1p
	Cum $n + 1$ și $n + 2$ sunt numere naturale consecutive, obținem $(n + 1)(n + 2) : 2$, deci $N : 10$	1p

3.	a) $a = 5 \cdot \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} =$ $= 5 - 2 = 3$	1p
	b) $\overline{3c}$ și $\overline{cb}$ sunt direct proporționale cu numerele 4 și 3 $\Rightarrow \frac{\overline{3c}}{4} = \frac{\overline{cb}}{3}$ $b = 3^{10} : 3^8 - 5^8 : 5^7 = 9 - 5 = 4$ $37c = 74 \Rightarrow c = 2$, de unde obținem $\overline{abc} = 342$	1p 1p 1p
4.	a) $\sphericalangle ABE = \sphericalangle EBC = 20^\circ$, deci $\sphericalangle BMD = 70^\circ$ $\sphericalangle BMD = \sphericalangle EMA = 70^\circ$	1p 1p
	b) $EF \perp BC$, $AD \perp BC \Rightarrow EF \parallel AD$ $\sphericalangle AEB = 70^\circ \Rightarrow \sphericalangle AEM = \sphericalangle EMA \Rightarrow \triangle EAM$ este isoscel, deci $AE = AM$ $\triangle EFB \equiv \triangle EAB \Rightarrow EF = EA$ și, cum $AM = EA$ și $EF \parallel AM$, obținem că $AMFE$ este romb	1p 1p 1p
5.	a) $AB = 3AP$ $3AP = 15$, de unde obținem $AP = 5$ cm	1p 1p
	b) $\triangle ANP \sim \triangle CND \Rightarrow \frac{AN}{CN} = \frac{NP}{ND} = \frac{AP}{CD} = \frac{1}{3}$, deci $AN = \frac{AC}{4}$ și, cum $AO = \frac{AC}{2}$, obținem $AN = NO$ $PS \perp AN$, $S \in AN$ și $DV \perp NO$, $V \in NO$ și, cum $\triangle SNP \sim \triangle VND$, obținem $\frac{PS}{DV} = \frac{NP}{ND} = \frac{1}{3}$ $\frac{\mathcal{A}_{\triangle ANP}}{\mathcal{A}_{\triangle DNO}} = \frac{\frac{AN \cdot PS}{2}}{\frac{NO \cdot DV}{2}} = \frac{AN}{NO} \cdot \frac{PS}{DV} = \frac{1}{3}$	1p 1p 1p
6.	a) MN este linie mijlocie în triunghiul $AA'D' \Rightarrow MN = \frac{AD'}{2}$ PQ este linie mijlocie în triunghiul $ADD' \Rightarrow PQ = \frac{AD'}{2}$, deci $MN = PQ$	1p 1p
	b) $MN \parallel AD'$, $PQ \parallel AD' \Rightarrow MN \parallel PQ$ $MPCB$ este paralelogram, deci $MB \parallel PC$ și, cum $MN \cap MB = \{M\}$, $MN, MB \subset (MNB)$, $PQ \cap PC = \{P\}$, $PQ, PC \subset (PQC)$, obținem $(MNB) \parallel (PQC)$ $CT \subset (PQC) \Rightarrow CT \parallel (MNB)$	1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

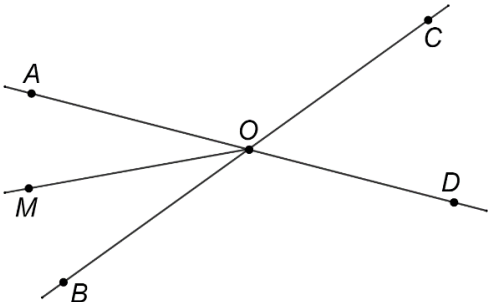
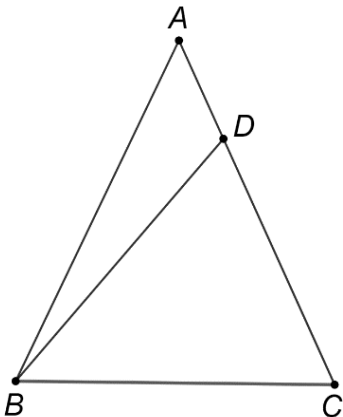
5p	1. Rezultatul calculului $3 + 2 \cdot 5$ este egal cu: a) 25 b) 13 c) 10 d) 1
5p	2. Dacă $\frac{x}{2} = \frac{3}{4}$, atunci $4 \cdot x$ este egal cu: a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{8}{3}$ c) 6 d) 12
5p	3. Soluția ecuației $2 - x = 2$ este numărul: a) -4 b) 0 c) 2 d) 4
5p	4. Cel mai mic element al mulțimii $A = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}, \frac{1}{9999} \right\}$ este: a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{99}$ c) $\frac{1}{999}$ d) $\frac{1}{9999}$

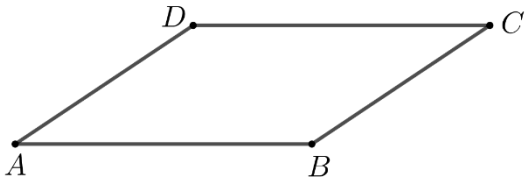
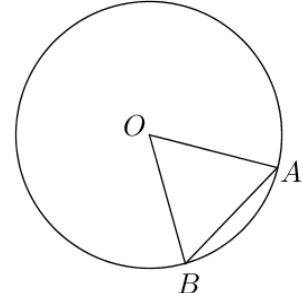
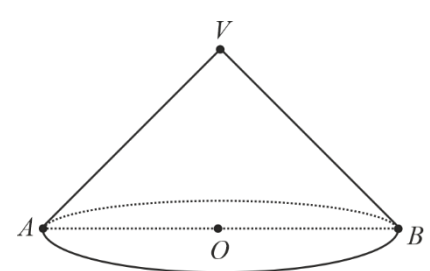
5p	5. Patru elevi, Andra, Marius, Ioana și David, au calculat produsul numerelor $a = \sqrt{5}$ și $b = \sqrt{20}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Andra</td><td>Marius</td><td>Ioana</td><td>David</td></tr><tr><td>10</td><td>5</td><td>$2\sqrt{5}$</td><td>$\sqrt{10}$</td></tr></table> Rezultatul corect a fost obținut de către: a) Andra b) Marius c) Ioana d) David	Andra	Marius	Ioana	David	10	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$
Andra	Marius	Ioana	David						
10	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$						
5p	6. Alina afirmă că: „În intervalul de numere reale $[-3, 2]$ sunt 7 numere întregi.” Afirmăția Alinei este: a) adevărată b) falsă								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$, iar lungimea segmentului CD este egală cu 10cm. Lungimea segmentului AD este egală cu: a) 30cm b) 20cm c) 15cm d) 10cm 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOB și COD, cu punctele A, O și D coliniare. Măsura unghiului AOB este egală cu 50° și OM este bisectoarea unghiului AOB. Măsura unghiului DOM este egală cu: a) 25° b) 50° c) 130° d) 155° 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ și $\angle BAC = 50^\circ$. Punctul D aparține segmentului AC, astfel încât $BD = BC$. Măsura unghiului BDC este egală cu: a) 50° b) 65° c) 115° d) 130° 

5p	4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 10\text{ cm}$ și $BC = 6\text{ cm}$. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu: a) 16 cm b) 24 cm c) 32 cm d) 40 cm 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A și B aparțin cercului, astfel încât măsura unghiului AOB este de 60° și $AB = 10\text{ cm}$. Lungimea cercului este egală cu: a) $10\pi\text{ cm}$ b) $20\pi\text{ cm}$ c) $100\pi\text{ cm}$ d) $200\pi\text{ cm}$ 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic VAB. Înălțimea conului are lungimea egală cu $2\sqrt{2}\text{ cm}$. Aria bazei conului este egală cu: a) 8 cm^2 b) 16 cm^2 c) $8\pi\text{ cm}^2$ d) $16\pi\text{ cm}^2$ 

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Mihai a cheltuit o sumă de bani în patru zile. În prima zi a cheltuit 20% din întreaga sumă, în a doua zi 30% din suma rămasă, în a treia zi cu 20 de lei mai mult decât a doua zi, iar în a patra zi a cheltuit ultimii 44 de lei. (2p) a) Verifică dacă Mihai a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani. Justifică răspunsul dat.
----	--

(3p) b) Determină suma de bani cheltuită de Mihai, în total, în cele patru zile.

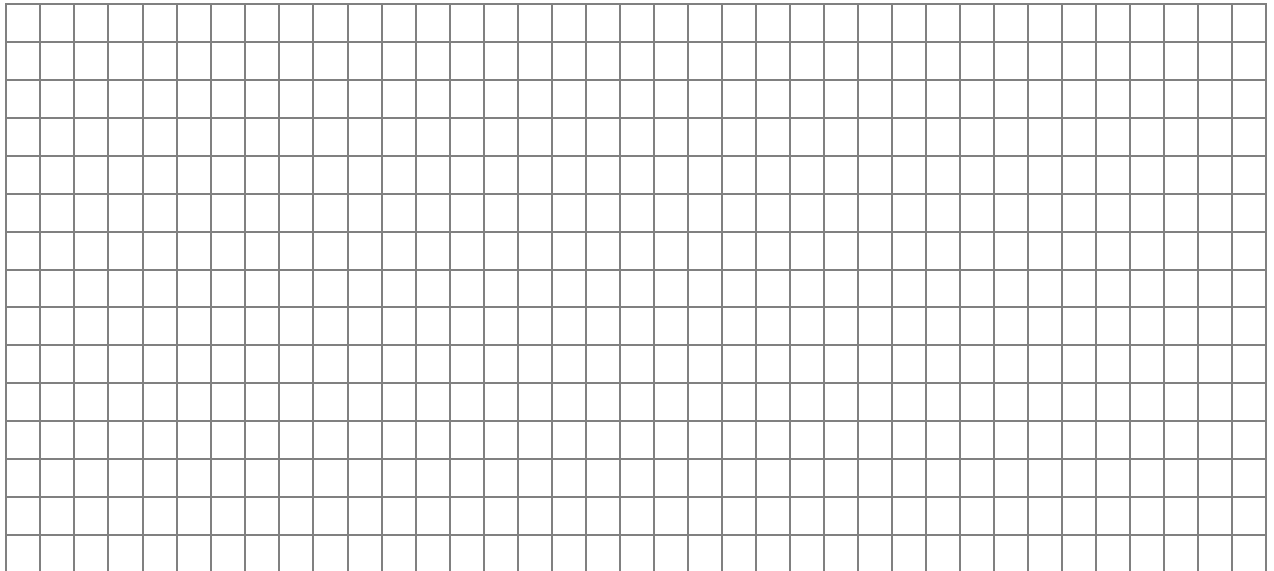
[illegible]

5p 2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{5}{x^2+3x} \right) : \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{x} - 2 \right)$, unde x este un număr real, $x \neq -3$, $x \neq 0$ și $x \neq 3$.

(2p) a) Arată că $\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x , $x \neq -3$ și $x \neq 0$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page.

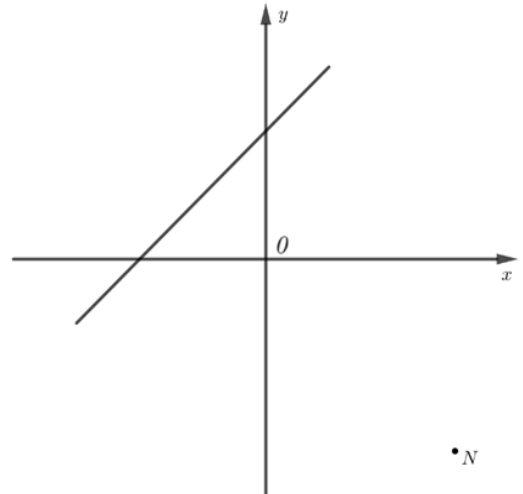
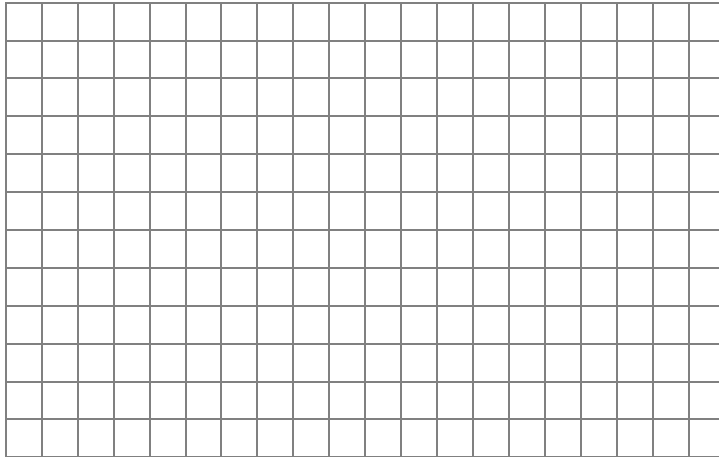
(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $5 \cdot E(n)$ este număr natural.



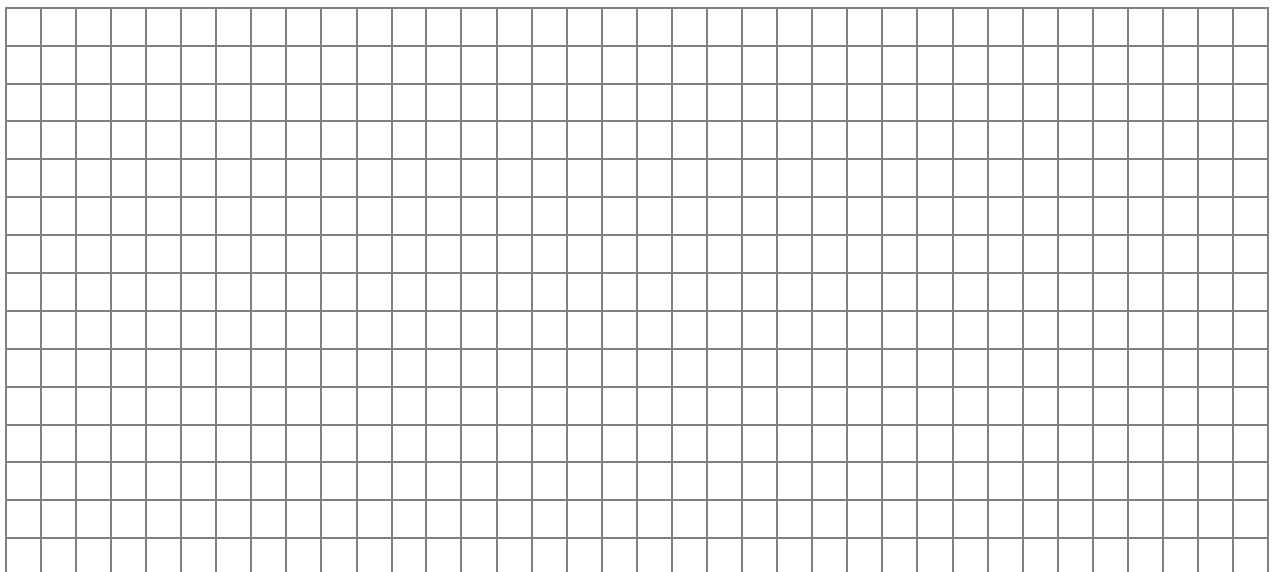
5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

(2p) a) Arată că $2023 \cdot f(-2) = 0$.



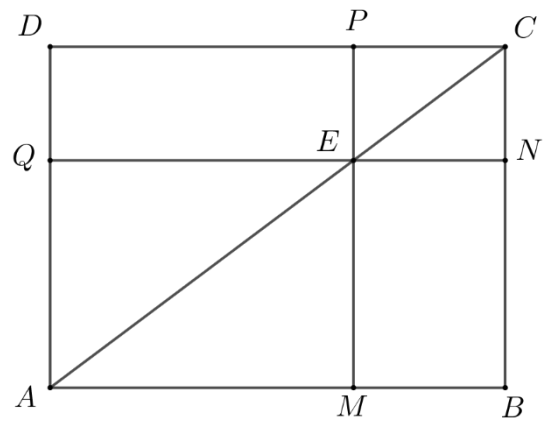
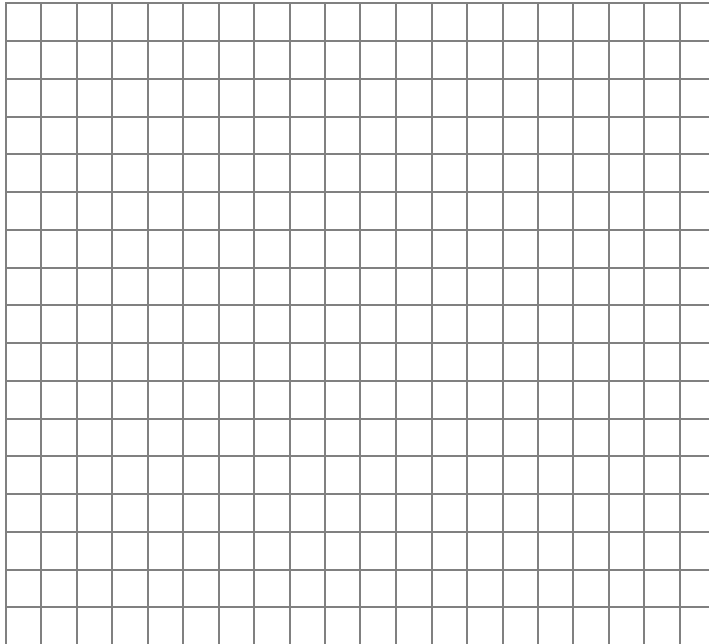
(3p) b) Punctele A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele Ox , respectiv Oy , ale sistemului de axe ortogonale xOy , iar punctul M este mijlocul segmentului AB . Arată că punctele N , O și M sunt coliniare, unde $N(3, -3)$.



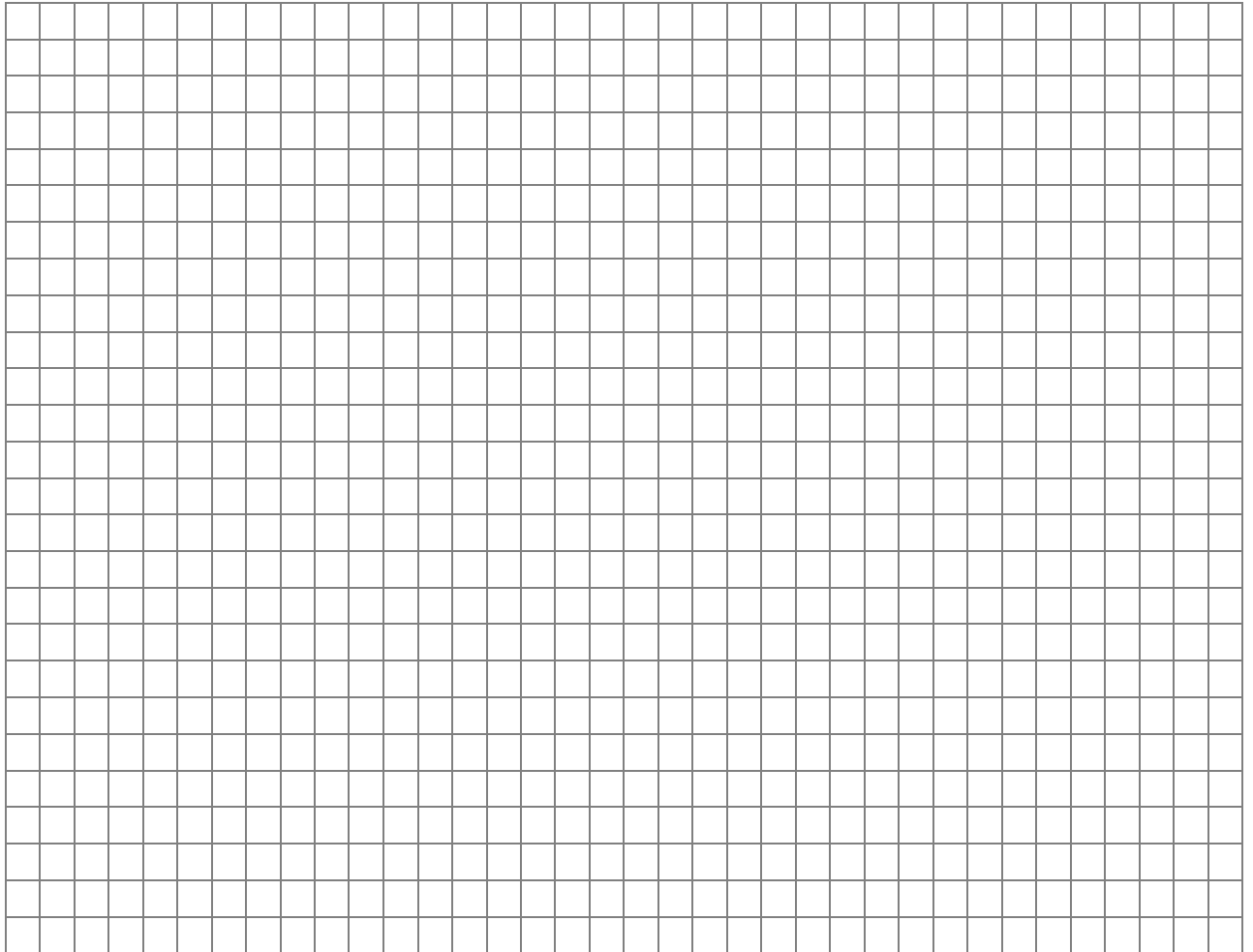
5p

4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 12\text{cm}$ și $BC = 9\text{cm}$. Punctul E aparține segmentului AC , astfel încât $AE = 10\text{cm}$. Prin E se duc dreptele QN și PM paralele cu dreptele AB , respectiv BC . Punctele M , N , P și Q aparțin segmentelor AB , BC , CD și respectiv AD .

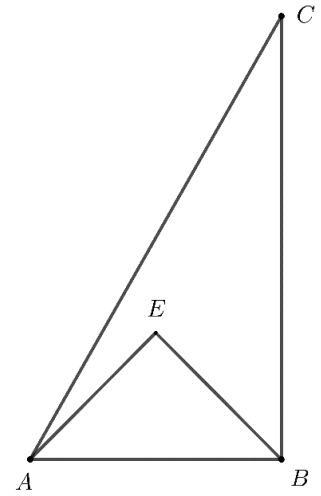
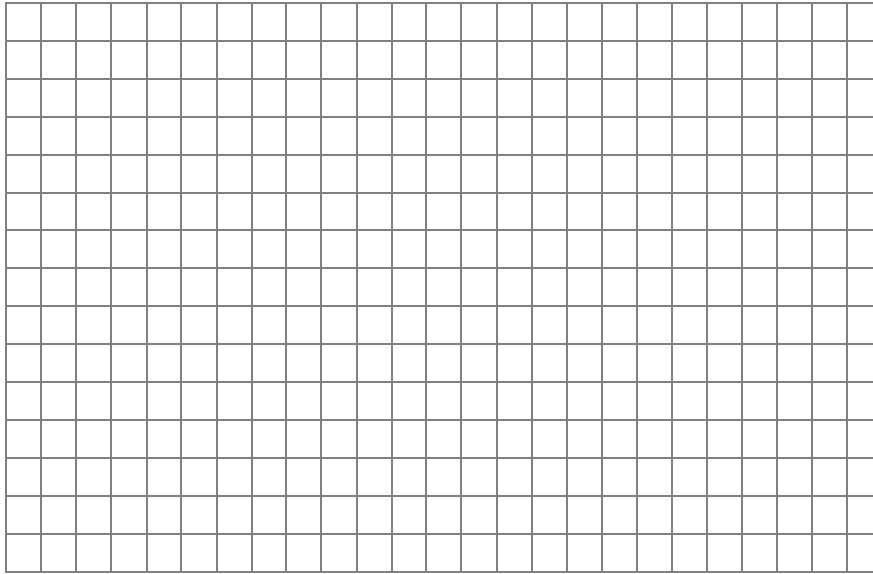
(2p) a) Arată că $AC = 15\text{cm}$.



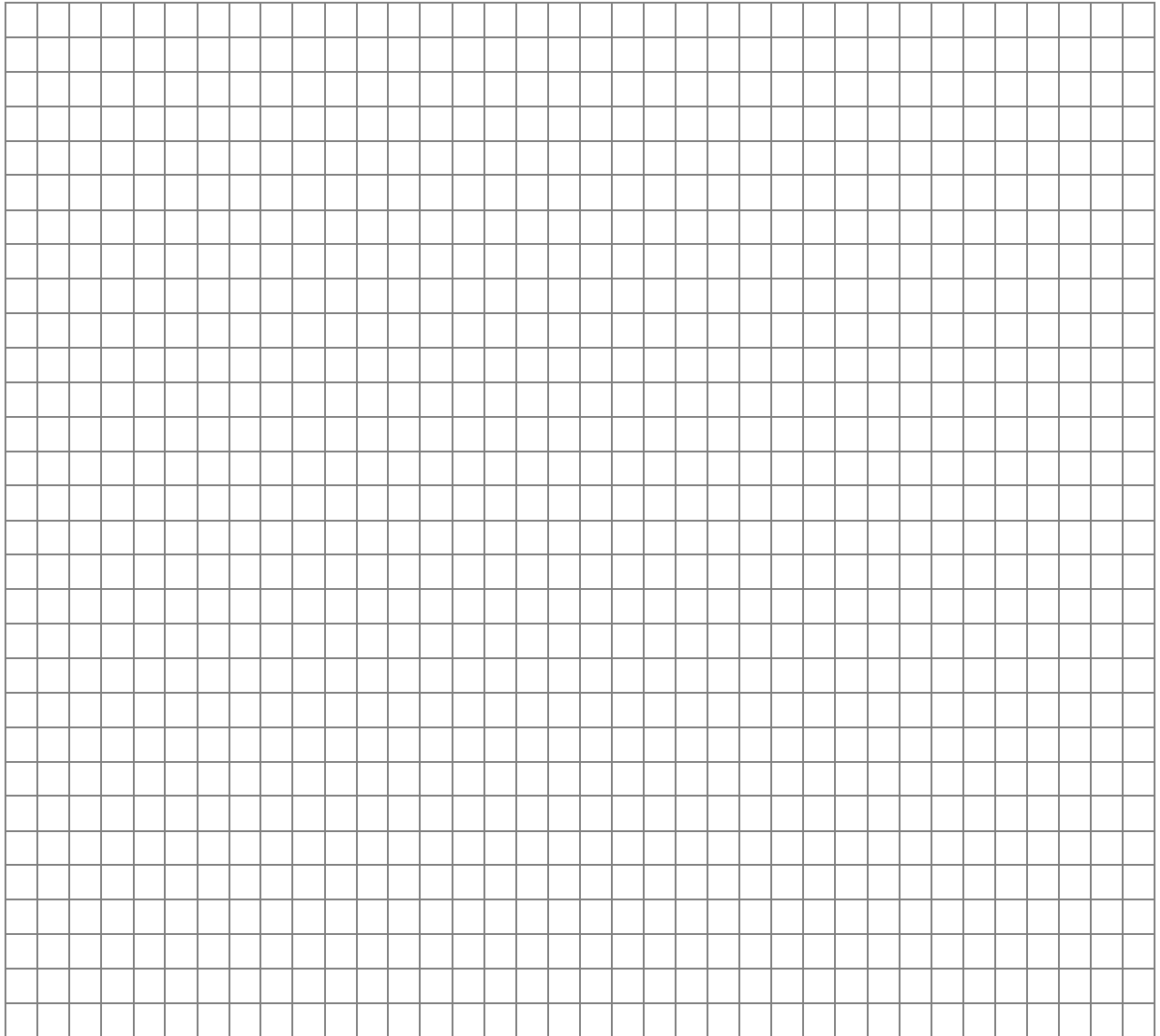
(3p) b) Arată că aria patrulaterului $AMEQ$ este de patru ori mai mare decât aria patrulaterului $CNEP$.



- 5p** 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , dreptunghic în B , cu $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{6}$ cm și triunghiul dreptunghic isoscel AEB cu $AE = EB$. Punctele E și C sunt de aceeași parte a dreptei AB .
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})$ cm.



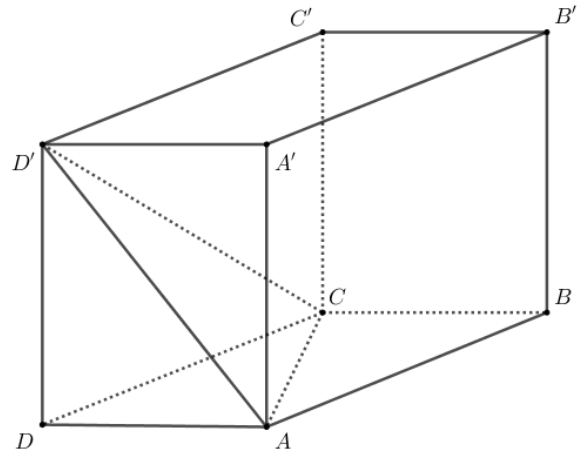
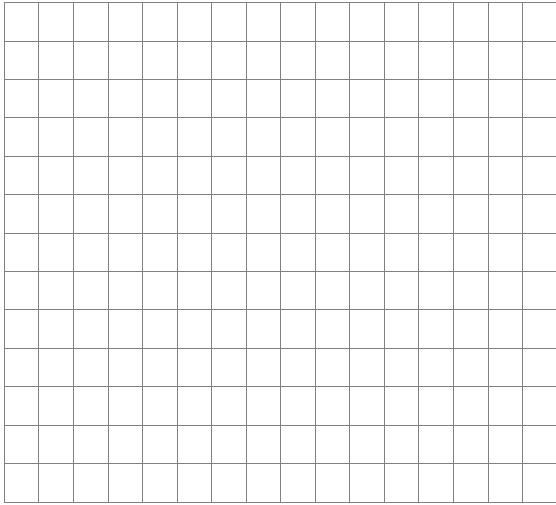
- (3p) b) Calculează distanța de la punctul E la dreapta AC .



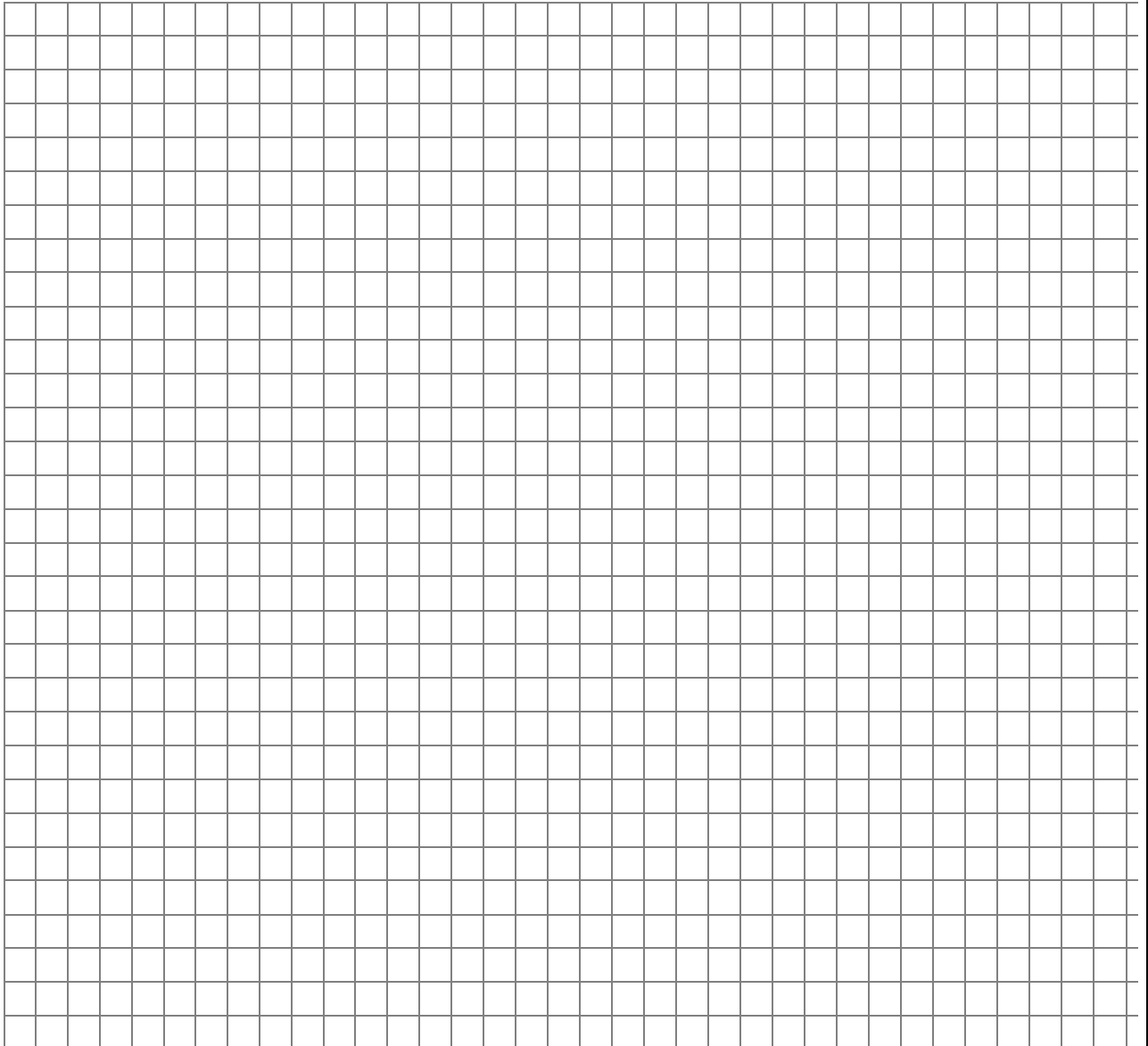
5p

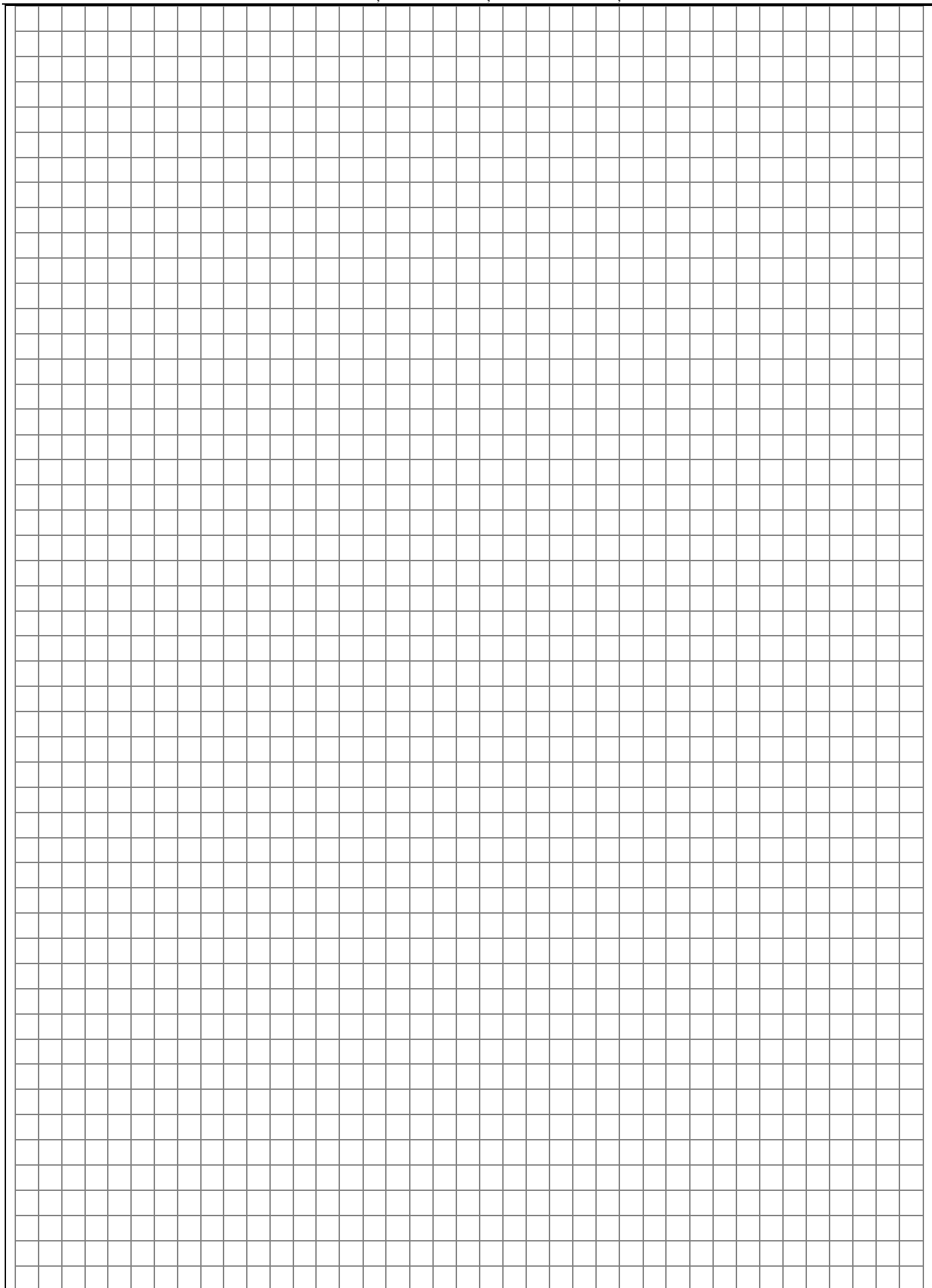
6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = AA' = 4\text{ cm}$ și $BC = 2\text{ cm}$.

(2p) a) Arată că aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este egală cu 64 cm^2 .



(3p) b) Arată că dreapta NP este paralelă cu planul (ACD') , unde punctul N este proiecția punctului C' pe dreapta $B'D'$ și punctul P este proiecția punctului C' pe dreapta CB' .





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\frac{30}{100} \left(x - \frac{20}{100} \cdot x \right) = \frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde x reprezintă întreaga sumă de bani	1p
	$\frac{24x}{100} < \frac{25x}{100} = \frac{1}{4} \cdot x$, de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani	1p
	b) $\frac{x}{5} + \frac{6x}{25} + \left(\frac{6x}{25} + 20 \right) + 44 = x$ $\frac{17x}{25} + 64 = x$ $x = 200$ de lei	1p 1p 1p
2.	a) $\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{x}{3(x+3)} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x(x+3)} =$ $= \frac{x^2 - 6x + 9}{3x(x+3)} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x , $x \neq -3$ și $x \neq 0$	1p 1p

	b) $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 = \frac{x^2 + 9 - 6x}{3x} = \frac{(x-3)^2}{3x}$ $E(x) = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)} \cdot \frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{1}{x+3}$, pentru orice număr real x, $x \neq -3$, $x \neq 0$, $x \neq 3$ $5 \cdot E(n) = \frac{5}{n+3}$ este număr natural, deci $n+3=1$ sau $n+3=5$ și, cum n este număr natural, obținem $n=2$	1p 1p 1p
3.	a) $f(-2) = 0$ $2023 \cdot f(-2) = 2023 \cdot 0 = 0$ b) $A(-2,0)$ și $B(0,2)$ sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy În triunghiul dreptunghic isoscel AOB, OM mediană, deci OM bisectoare $\Rightarrow \angle MOB = 45^\circ$ $NP \perp Ox$, $P \in Ox \Rightarrow P(3,0)$, iar $\angle MON = \angle MOB + \angle BOP + \angle PON = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, de unde rezultă că punctele N, O și M sunt coliniare	1p 1p 1p 1p 1p
4.	a) În triunghiul dreptunghic ABC, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$ b) $QN \parallel AB \parallel CD$, $PM \parallel BC \parallel AD$ și $\angle QAM = \angle PCN = 90^\circ$, deci $AMEQ$ și $CNEP$ sunt dreptunghiuri $PC \parallel AM \Rightarrow \triangle PEC \sim \triangle MEA \Rightarrow \frac{PE}{ME} = \frac{PC}{AM} = \frac{EC}{EA} = \frac{1}{2}$ $ME = 2 \cdot PE$, $AM = 2 \cdot PC \Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ} = AM \cdot ME = 4 \cdot PC \cdot PE = 4 \cdot \mathcal{A}_{CNEP}$	1p 1p 1p 1p 1p
5.	a) În triunghiul dreptunghic ABC, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ $P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$ b) EM mediană în triunghiul dreptunghic isoscel $AEB \Rightarrow EM = \frac{AB}{2} = \sqrt{2} \text{ cm}$, BE bisectoarea $\angle ABC$, $EM \perp AB$, $M \in AB$ și $EN \perp BC$, $N \in BC$, de unde obținem $EM = EN = \sqrt{2} \text{ cm}$ $\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \mathcal{A}_{\triangle ABC} - \mathcal{A}_{\triangle AEB} - \mathcal{A}_{\triangle BEC} = \frac{AB \cdot BC}{2} - \frac{AB \cdot EM}{2} - \frac{BC \cdot EN}{2} = 2(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}^2$ $\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \frac{AC \cdot EP}{2}$, unde $EP \perp AC$, $P \in AC$, de unde $EP = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \text{ cm}$	1p 1p 1p 1p 1p
6.	a) $\mathcal{A}_t = 2 \cdot (AB \cdot AA' + BC \cdot AA' + AB \cdot BC) = 2 \cdot (16 + 8 + 8) = 2 \cdot 32 = 64 \text{ cm}^2$ b) $\triangle B'C'D' \equiv \triangle B'C'C \Rightarrow B'D' = B'C$ În triunghiul $B'C'D'$ dreptunghic, $B'N = \frac{B'C'^2}{B'D'}$ și în triunghiul $B'C'C$ dreptunghic, $B'P = \frac{B'C'^2}{B'C}$, de unde $B'N = B'P$ În triunghiul $B'D'C$, $\frac{B'N}{B'D'} = \frac{B'P}{B'C} \Rightarrow NP \parallel D'C$, $D'C \subset (ACD') \Rightarrow NP \parallel (ACD')$	1p 1p 1p 1p 1p